**PROGRAMA DE NIVELACIÓN UNIVERSITARIO**
**MATEMÁTICA-CLASE Nº 1**

## TEMA: FRACCIONES

**OBJETIVOS:** Recordar lo aprendido en su paso por la secundaria en cuanto a la uso de fracciones, sus operaciones, equivalencias y aplicaciones.
Aplicar estos conocimientos a problemas que se le van a plantear muy posiblemente en otras materias de sus carreras como en la vida profesional.

**TEMPORALIZACIÓN** 8 HORAS SEMANALES

40 minutos en una clase de consulta por Meet (en estas clases se trabajará a partir de las dudas y conocimientos de los alumnos, se buscará que haya debate entre las distintas formas de resolución de los ejercicios problemas buscando que reconozcan para que momento son válidos ciertas estrategias y para cuáles no, el docente tratará en lo posible, ser intermediario entre los saberes, capacidad y dudas de los alumnos)

**INTRODUCCIÓN**
En esta clase vamos a comenzar por recordar la definición de fracciones, sus equivalencias y el uso de ellas para sumar y restar. Veremos el uso de multiplicaciones y sus aplicaciones a problemas y también el cálculo de porcentajes. Resolveremos cálculos combinados, y haremos pasajes de decimales a fracciones y viceversa además de la resolución de problemas con diversas aplicaciones.

**DESARROLLO DE TEMAS:**

Fracciones:

**Videos explicativos-.**

Fracciones Equivalentes: https://youtu.be/0ynysy4j6Hk

Suma de Fracciones: https://youtu.be/kwKc_Ay4OOk

Producto, Partes, División: https://youtu.be/AJPO2ZpGjmk

Pasaje a Fracción: https://youtu.be/ESdMlS0Auqo

Suma Algebraica: https://youtu.be/RAoh9vogIJc

Operaciones combinadas: https://youtu.be/40mSEy-aPGk

Los números fraccionarios expresan el cociente entre dos números enteros. Por lo general las utilizamos cuando el resultado de una división no es entero. Por ejemplo $10 : 3 = \frac{10}{3}$

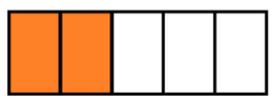
Usualmente en estos casos utilizamos números decimales $10 : 3 = 3{,}33$, pero es importante el trabajo con fracciones por lo que las desarrollaremos.

Elementos de una fracción

$$\frac{a}{b} = \frac{numerador}{denominador} = \frac{cantidad\ de\ partes}{partes\ en\ que\ se\ divide\ la\ unidad}$$

Por ejemplo $\frac{2}{5}$ significa 2 de 5 y $\frac{9}{4}$ significa 9 de cada 4.

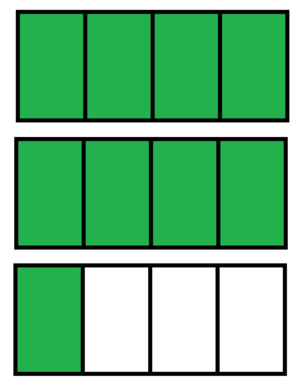
$$\frac{2}{5}$$



Esta es una ***fracción propia*** porque la cantidad es menor a una unidad

La unidad está dividida en 5 partes de las cuales solo tenemos 2.

$$\frac{9}{4}$$



Se llama ***fracción impropia*** porque la cantidad es mayor a una unidad.

$$\frac{9}{4} = 2 + \frac{1}{4}$$

Es igual a 2 unidades más un cuarto

Cada unidad está dividida en 4 partes, tenemos 9 partes.

## Fracciones Equivalentes.

Llamamos fracciones equivalentes a aquellas que valen lo mismo pero se escriben diferentes. A cada unidad la podemos dividir en mayor o menor cantidad de partes, siempre que todas las partes sean iguales.

Por ejemplo decir 2 de 5 es lo mismo que decir 4 de 10 o 20 de 50.

Decir 10 de cada 20 es lo mismo que decir 5 de cada 10 o decir 1 de cada 2.

Para obtener fracciones equivalentes multiplicamos o dividimos el numerador y al denominador por un mismo número.

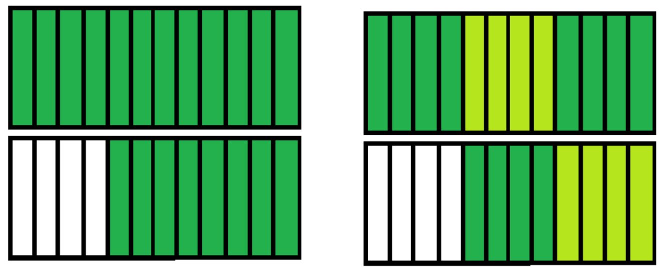
$$\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 3}{5\cdot 3}=\frac{6}{15}\rightarrow\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$$

$$\frac{2}{5}=\frac{6}{15}$$

Gráficamente es como dividir cada fracción en partes iguales.

$$\frac{20}{12}=\frac{20:4}{12:4}=\frac{5}{3}\rightarrow\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$$

Cuando dividimos, reducimos las fracción, a esto se le llamamos "Simplificación", ya que es más cómodo trabajar con números más chicos.



$$\frac{20}{12}=\frac{5}{3}$$

Gráficamente, es agrupar en partes iguales

Para obtener fracciones equivalentes simplificadas, debemos analizar cuáles son los divisores comunes que tienen los elementos de la fracción. En el ejemplo 20 y 12 están en la tabla del 4 y en la tabla del 2, siempre debemos dividir ambos elementos "por el mismo número"

**Ejemplos:**

$\frac{18}{12}$ puedo simplificar dividiendo por 6 $\frac{18:6}{12:6}=\frac{3}{2}$ o sea $\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$

$\frac{36}{48}$ divido por 4 $\frac{36:4}{48:4}=\frac{9}{12}$ luego puedo dividir por 3 $\frac{9:3}{12:3}=\frac{3}{4}$ o sea $\frac{36}{48}=\frac{3}{4}$

***Problema:*** en el colegio, de una cantidad de 840 alumnos, 210 son alumnos de 1er año, ¿Qué parte del total de alumnos pertenece a 1er año?

$$\frac{cantidad\ de\ alumnos\ de\ 1er\ año}{cantidad\ total\ de\ alumnos}=\frac{210}{840}=\frac{210:10}{840:10}=\frac{21:3}{84:3}=\frac{7:7}{28:7}=\frac{1}{4}$$

*La cuarta parte de los alumnos pertenece a 1er año*

SUMA DE FRACCIONES:

Para sumar o restar fracciones debemos tener en cuenta que solo se pueden sumar cosas iguales, por lo tanto solo podemos sumar mitades con mitades, cuartos con cuartos, quintas partes con quintas partes, etc. Por ejemplo:

$$\frac{1}{5}+\frac{3}{5}=\frac{4}{5} \quad \text{y} \quad \frac{14}{3}-\frac{10}{3}=\frac{4}{3}$$

En el caso en que las fracciones con diferentes denominadores, buscamos fracciones equivalentes con igual denominador para poder sumar. Por ejemplo: $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$ no se puede sumar.

Buscamos un múltiplo común entre 4 y 5 y escribimos las fracciones equivalentes.

Un múltiplo común es 20, ya que está en la tabla del 4 y del 5

$$\frac{2}{5}=\frac{8}{20} \; ; \; \frac{3}{4}=\frac{15}{20}$$

Luego reemplazo y sumo los numeradores: $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}=\frac{8}{20}+\frac{15}{20}=\frac{8+15}{20}=\frac{23}{20}$

Otro ejemplo:

$$\frac{7}{6}+\frac{5}{12}+\frac{3}{16}=$$

6,12,18,24,36,42,48,54,60
12,24,26,48,60,72
16,32,48,64,80,96

el denominador común entre 6 , 12 y 16 es 48

$$\frac{7}{6}=\frac{56}{48};\ \frac{5}{12}=\frac{20}{48};\ \frac{3}{16}=\frac{9}{48} \longrightarrow \frac{56}{48}+\frac{20}{48}+\frac{9}{48}=\frac{56+20+9}{48}=\frac{85}{48}$$

Método directo: dividimos el mcm por cada denominador y multiplicamos por el numerador.
Luego sumamos los numeradores

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{9}=\frac{3+10}{18}=\frac{13}{18}$$

3x1 2x5

$$\frac{1}{6}+\frac{5}{9}=\frac{3+10}{18}=\frac{13}{18}$$

18:9 18:6

Siempre que podemos
Simplificamos el resultado

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}-\frac{1}{6}=\frac{\overbrace{8}^{12:3\cdot 2}+\overbrace{15}^{12:4\cdot 5}-\overbrace{2}^{12:6\cdot 1}}{\underbrace{12}_{denominador\ común}}=\frac{21}{12}=\frac{7}{4}$$

***Problema:*** del total del dinero del mes, se ocupó la tercera parte en gastos fijos y las dos quintas partes en vestimenta y comida, el resto se ahorró. ¿Qué parte del dinero se ahorró?

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{5}=\frac{5+6}{15}=\frac{11}{15}$$

*Si se gastaron 11 sobre 15, sobraron 4 partes, por lo tanto se ahorraron* $\frac{4}{15}$ *partes del dinero del mes*

Producto: : las multiplicaciones se realizan horizontalmente. Numerador con numerador y denominador con denominador.

$$\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3\rightarrow 7}{5\rightarrow 4}=\frac{3\times 7}{5\times 4}=\frac{21}{20}$$

$$\frac{2}{10}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 5}{10\cdot 7}=\frac{10}{70}=\frac{1}{7}$$

## Cálculos de partes y de porcentajes.

Para calcular una parte sobre un todo, multiplicamos el todo por la fracción que indique la parte.

Dos tercios de 90: $\frac{2}{3}\cdot 90=\frac{180}{3}=60$

Tres quintos de 145: $\frac{3}{5}\cdot 145=\frac{435}{5}=87$

Recordamos que un porcentaje, significa una parte de cada 100. Por lo tanto 15% significa 15 de cada 100
$15\%=\frac{15}{100}$ ; $3\%=\frac{3}{100}$ ; $120\%=\frac{120}{100}$ , etc.

Para calcular el 30% de 1500, multiplicamos:

30% de 1500: $\frac{30}{100}\cdot 1500=\frac{45000}{100}=450$

***Problema:*** de un total de 800 autos de una concesionaria, las 3/8 partes son usados y el 21% están destinados a planes de ahorro. ¿cuántos autos son usados y cuantos están destinados a planes de ahorro?

Autos usados: $800 \cdot \frac{3}{10} = \frac{2400}{10} = 240$ hay 240 autos usados.

Planes de ahorro: $800 \cdot \frac{21}{100} = \frac{16800}{100} = 168$ 168 autos están destinados a planes de ahorro.

División: multiplico cruzado. O invierto la segunda fracción y multiplico

$$\frac{4}{5} : \frac{15}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{15} = \frac{12}{75} = \frac{4}{25}$$

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$$

Pasaje de Fracciones a Números Decimales

La forma más usual de expresar un cociente es con números decimales, así si tenemos 3/2 dividimos y obtenemos 1,5; o si tenemos 10/3 escribimos 3,333…

Cada fracción tiene su expresión decimal correspondiente y viceversa.

Podemos decir que todas las fracciones equivalentes tienen la misma expresión decimal.

Para pasar una fracción a un número decimal, dividimos el numerador con el denominador

Decimal exacto $\frac{5}{4} = 1{,}25$ Decimal periódico $\frac{8}{3} = 2{,}6666 = 2{,}\overset{\frown}{6}$

## Pasaje de números decimales a fracciones.

**Para el decimal exacto** escribimos el número completo en el numerador y en el denominador un 1 seguido de tantos ceros como la cantidad de cifras decimales (cifras detrás de la coma):

$$3{,}7 = \frac{37}{10} \qquad 1{,}25 = \frac{125}{100} = \frac{5}{4} \qquad 89{,}123 = \frac{89123}{1000}$$

**Para el decimal periódico** escribimos en el numerador el número completo (sin la coma) y le restamos la parte no periódica (a la izquierda) y en el denominador tantos 9 como indica la parte periódica seguido de tantos ceros como indica la parte "decimal no periódica" (números entre la coma y la parte periódica):

$$3{,}\overset{\frown}{7} = \frac{37-3}{9} = \frac{34}{9} \qquad 14{,}\overset{\frown}{25} = \frac{1425-14}{99} = \frac{1411}{99}$$

$$9{,}12\overset{\frown}{3} = \frac{9123-912}{900} \qquad 0{,}124\overset{\frown}{53} = \frac{12453-124}{99000}$$

Suma algebraica con paréntesis: resolvemos cada paréntesis y tenemos especial atención con las reglas de signos, entre el resultado y el signo que está delante del paréntesis.

Recordamos:

Suma de enteros.

Números del mismo signo: sumamos y dejamos el signo

$$+8+2=+10$$

$$-5-3=-8$$

Números de signos diferentes: restamos y dejamos el signo del mayor (en valor absoluto)

$$\underbrace{+7}-3=+4 \qquad -5\underbrace{+12}=+7$$

$$+8\underbrace{-20}=-12 \qquad \underbrace{-5}+4=-1$$

El signo " + " deja el mismos signos del paréntesis

$$+(+A)=+A$$

$$+(-A)=-A$$

El signo " − " cambia el signo dentro del paréntesis

$$-(+A)=-A$$

$$-(-A)=+A$$

Ejemplo:

$$\frac{3}{5}+\frac{6}{5}-\left(\frac{8}{3}-\frac{2}{5}\right)+\left(\frac{1}{4}-\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{2}\right)+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{4}$$

$$\underbrace{\frac{3}{5}+\frac{6}{5}}_{\frac{3+6}{5}=\frac{9}{5}}-\underbrace{\left(\frac{8}{3}-\frac{2}{5}\right)}_{\frac{40-6}{15}=\frac{34}{15}}+\left(\frac{1}{4}-\underbrace{\left(\frac{3}{5}-\frac{5}{2}\right)}_{\frac{6-25}{10}=-\frac{19}{10}}+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{4}$$

$$\frac{9}{5}-\left(\frac{34}{15}\right)+\left(\frac{1}{4}-\left(-\frac{19}{10}\right)+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{4}$$

$$\underbrace{\frac{9}{5}-\frac{34}{15}}_{\frac{27-34}{15}=-\frac{7}{15}}+\underbrace{\left(\frac{1}{4}+\frac{19}{10}+\frac{2}{3}\right)}_{\frac{15+114+40}{60}=\frac{169}{60}}+\frac{1}{4}$$

$$-\frac{7}{15}+\frac{169}{60}+\frac{1}{4}=\frac{-28+169+15}{60}=\frac{156}{60}=\frac{156:6}{60:6}=\frac{26}{10}$$

Operaciones Combinadas:

Orden de las operaciones:

1ero resuelvo los productos y divisiones en cada término

2do resuelvo las sumas y restas.

Ejemplo 1:

$$\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{9}+\frac{6}{5}:\frac{1}{2}$$

$$\underbrace{\frac{3}{5}\cdot\frac{2}{9}}_{\frac{3\cdot 2}{5\cdot 9}=\frac{6}{45}}+\underbrace{\frac{6}{5}:\frac{1}{2}}_{\frac{6\cdot 2}{5\cdot 1}=\frac{12}{5}}=\frac{\overbrace{6}^{\frac{2}{15}}}{45}+\frac{12}{5}=\frac{2}{15}+\frac{12}{5}=\frac{2+36}{15}=\frac{38}{15}$$

Ejemplo 2:

$$\frac{3}{5}+\frac{1}{4}\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\right)$$

$$\underbrace{\frac{3}{5}+\frac{1}{4}}_{\substack{no\ puedo\\ sumar}}\cdot\overbrace{\left(\frac{2}{3}-\frac{4}{5}\right)}^{\frac{10-12}{15}=-\frac{2}{15}}=\frac{3}{5}\underbrace{+\frac{1}{4}\cdot\left(-\frac{2}{15}\right)}_{\substack{resuelvo\ primero\\ el\ producto}}=\frac{3}{5}-\frac{\overbrace{2}^{\frac{1}{30}}}{60}=\frac{3}{5}-\frac{1}{30}=\frac{18-1}{30}=\frac{17}{30}$$

Ejemplo 3:

$$\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{4}:\left(\frac{5}{6}-\frac{10}{9}\right)$$

$$\underbrace{\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}\right)}_{\frac{9-10}{15}=-\frac{1}{15}}\cdot\frac{1}{5}+\frac{1}{4}:\underbrace{\left(\frac{5}{6}-\frac{10}{9}\right)}_{\frac{15-20}{18}=-\frac{5}{18}}=\underbrace{\left(-\frac{1}{15}\right)\cdot\frac{1}{5}}_{-\frac{1}{75}}+\underbrace{\frac{1}{4}:\left(-\frac{5}{18}\right)}_{-\frac{18}{20}=-\frac{9}{10}}$$

$$=-\frac{1}{75}-\frac{9}{10}=\frac{-2-135}{150}=-\frac{137}{150}$$

# Actividades:

1- Da 2 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes.

a) $\frac{5}{4}=$ b) $\frac{3}{16}=$ c) $\frac{5}{12}=$ d) $\frac{30}{20}=$

e) $\frac{4}{15}=$ f) $\frac{2}{25}=$ g) $\frac{24}{60}=$ h) $\frac{1}{11}=$

**Ejemplo:**
$\frac{5\times 6}{12\times 6}=\frac{30}{72}$, $\frac{5}{12}$ es equivalente a $\frac{30}{72}$
$\frac{50\div 2}{12\div 2}=\frac{25}{6}$, $\frac{50}{12}$ es equivalente a $\frac{25}{6}$

2- Completa para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{7}{4}=\frac{\_\_}{16}$ b) $\frac{5}{12}=\frac{\_\_}{36}$ c) $\frac{5}{4}=\frac{\_\_}{48}$ d) $\frac{9}{16}=\frac{\_\_}{48}$ e) $\frac{4}{15}=\frac{\_\_}{75}$

f) $\frac{4}{5}=\frac{\_\_}{75}$ g) $\frac{45}{90}=\frac{\_\_}{10}$ h) $\frac{3}{12}=\frac{\_\_}{16}$ i) $\frac{4}{15}=\frac{\_\_}{90}$ j) $\frac{3}{8}=\frac{\_\_}{64}$

**Ayuda:** si divides un denominador con el otro, sabrás por qué número debes multiplicar al numerador

$$\frac{4}{5}=\frac{x}{25}\rightarrow \frac{(25\div 5)\cdot 4=x}{5\cdot 4=20}\rightarrow \frac{4}{5}=\frac{20}{25}$$

3- Resuelve las sumas:

a) $\frac{4}{5}+\frac{4}{15}=$ b) $\frac{5}{4}+\frac{9}{16}=$ c) $\frac{5}{12}+\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=$

d) $\frac{5}{10}-\frac{8}{45}=$ e) $\frac{4}{15}-\frac{4}{25}=$ f) $\frac{1}{12}+\frac{3}{16}+\frac{1}{4}+\frac{5}{6}=$

g) $\frac{15}{10}+\frac{6}{4}+\frac{5}{8}=$

4- Resuelve las multiplicaciones:

**Recuerda:** las multiplicaciones se realizan horizontalmente.

$$\frac{3}{5}\times\frac{7}{4}=\frac{3\rightarrow 7}{5\rightarrow 4}=\frac{3\times 7}{5\times 4}=\frac{21}{20}$$

a) $\frac{5}{12}\times\frac{16}{7}=$ b) $\frac{1}{10}\times\frac{1}{3}=$

c) $\frac{3}{2}\times\frac{4}{15}\times\frac{1}{8}=$ d) $\frac{16}{7}\times\frac{5}{12}=$

e) $\frac{8}{3}\times\frac{4}{5}\times\frac{5}{16}=$ f) $\frac{18}{21}\times\frac{1}{12}\times\frac{3}{1}=$

5- Resuelve las divisiones:

a) $\frac{5}{12}\div\frac{4}{7}=$ b) $\frac{15}{9}\div\frac{10}{6}=$

c) $\frac{25}{2}\div\frac{75}{4}=$ d) $\frac{35}{7}\div\frac{20}{3}=$

**Recuerda:** para dividir, multiplico por el inverso.

$$\frac{4}{5}\div\frac{15}{2}=\frac{4}{5}\times\frac{2}{15}=\frac{8}{75}$$

**Recuerda:** para hallar el inverso de una fracción, intercambio el numerador con el denominador

**Para Saber:** Simplificar significa encontrar una fracción equivalente "más simple" que resulta de dividir el numerador y el denominador por un mismo número.

**Ejemplos:**
$\frac{18}{12}$ puedo simplificar dividiendo por 6 $\frac{18\div 6}{12\div 6}=\frac{3}{2}$ o sea $\frac{18}{12}=\frac{3}{2}$

> *"Fracción Irreducible"*: es aquella que no se puede simplificar.

$\frac{36}{48}$ divido por 4 $\frac{36 \div 4}{48 \div 4} = \frac{9}{12}$ puedo dividir por 3 $\frac{9 \div 3}{12 \div 3} = \frac{3}{4}$ o sea $\frac{36}{48} = \frac{3}{4}$

6- Simplifica los resultados obtenidos en los ejercicios 3,4 y 5.

7- Escribe las siguientes fracciones en su expresión decimal

a) $\frac{4}{5} =$ b) $\frac{3}{2} =$ c) $\frac{25}{12} =$ d) $\frac{2}{9} =$

e) $\frac{4}{15} =$ f) $\frac{25}{6} =$ g) $\frac{2}{100} =$ h) $\frac{1}{1000} =$

> **Ejemplo: divides el numerador con el denominador**
>
> $\frac{5}{4} = 1{,}25$
>
> $\frac{8}{3} = 2{,}6666 = 2{,}\overset{\frown}{6}$

8- Escribe los números decimales en su expresión fraccionaria

a) $2{,}5 =$ b) $0{,}75 =$ c) $1{,}125$ d) $3{,}\overset{\frown}{6} =$ d) $8{,}56 =$

e) $0{,}\overset{\frown}{56} =$ f) $15{,}4 =$ g) $0{,}00\overset{\frown}{1} =$ h) $2{,}\overset{\frown}{65} =$ h) $2{,}65 =$

9- Calcula las partes y los porcentajes.

a) tres quintos de 100.
b) cinco octavos de 48
c) 20% de 150
d) 35% de 3000
e) 5% de 40
f) cinco medios de 56
g) tres décimos de 25
h) 12% de 50

> Dos tercios de 90: $\frac{2}{3} \cdot 90 = \frac{180}{3} = 60$
>
> 30% de 1500:
> $\frac{30}{100} \cdot 1500 = \frac{45000}{100} = 450$

10- Resuelve las operaciones:

a) $\frac{1}{3} - \left[5 + \frac{1}{4} - \left(3 + \frac{1}{3}\right) + \frac{5}{2}\right] + 2 =$

b) $\frac{5}{8} - \left[-\frac{3}{4} - 1 + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3}\right) + \frac{5}{12}\right] + \frac{6}{2} =$

c) $\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{10} + \frac{6}{5} : \frac{3}{20} =$

d) $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{15}{8} - \frac{3}{2} =$

e) $\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{15}{8} - \frac{3}{2}\right) =$

f) $\left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{3}{5} + \frac{1}{6} : \left(\frac{5}{12} - \frac{4}{9}\right)$

Problemas

1- Expresa por medio de una fracción irreducible estas situaciones:

a- De un curso de 32 alumnos, 24 aprenden inglés y el resto francés.
  - Parte de alumnos que aprenden inglés →
  - Parte de alumnos que aprenden francés →

b- De un juego de 180 fichas, 4 jugadores toman 15 fichas cada uno. ¿Qué fracción de las fichas queda?

c- De un terreno fraccionado en 72 lotes se entregan 54 para viviendas y el resto queda para esparcimiento.
  - Que parte se entrega para viviendas →
  - Que parte queda para esparcimiento →

2- Resuelve los problemas:

a- Jorge compra las $^2/_3$ partes de un queso que pesa 6 Kg,. Si el Kg. Cuesta $500.- ¿Cuánto debe pagar?

b- Una persona gasta $^1/_5$ de su dinero en viajes, $^1/_9$ en comida y ¼ en vestidos. ¿Qué parte de su dinero gasta y qué parte guarda?

c- En una botella hay $^2/_3$ litros de agua. ¿Cuántos litros faltan para llenarla, si su capacidad es de 2 litros?

d- De un camino se ha inaugurado ¼, luego $^3/_7$. Que parte se inauguró y que parte falta inaugurar?

e- Paula comió $^2/_3$ partes de una torta y Romina $^1/_5$. ¿cuánto comieron juntas y qué parte de la torta sobró?

f- En un viaje se deben recorrer 900 Km. En la primera etapa se recorre $^2/_9$ del camino, en la segunda $^1/_3$. ¿Cuántos Km. Se recorrerán en la tercera etapa para llegar?

g- Un coleccionista tiene 560 estampillas, de las cuales $^1/_5$ son de Francia, $^3/_{10}$ son de México y el resto de España. ¿Qué cantidad de estampillas pertenece a cada país?

h- De una bolsa que contiene 840 kg de harina se extrajo $^5/_{12}$ del total y luego $^3/_7$ del resto. ¿Cuantos kilogramos se harina se extrajeron y cuántos quedan aún?

i- Una persona compra en el mercado ¼ kg de lechuga, $^3/_5$ kg tomate y 2 kg de papas. Si la lechuga tiene un precio de $2.- el kg; el tomate $2.5 el kg y las papas $0.80. ¿Cuál es el peso total de la compra y cuánto debe pagar?

3- Indicá qué porcentaje de la duración de una hora representa un minuto:

4- En un banco me pagan el 3% por mes de lo que deposito. Si deposito $3500. ¿Cuánto dinero tendré al cabo de 2 meses? ¿Cuánto al cabo de un año?

5- A un vendedor ambulante le pagan $450.- por mes más el 15% de sus ventas. ¿Cuánto cobrará si al cabo de un mes realizó ventas por el monto de $2.800.?

6- En una nueva promoción, el supermercado realiza un descuento del 7% por compras que superen los $500 ¿cuánto deberás pagar si tu compra es de $570?

Algunas Soluciones:

1- Da 2 fracciones equivalentes a cada una de las siguientes.

a) $\frac{5}{4}=\frac{5\cdot 2}{4\cdot 2}=\frac{10}{8}$ c) $\frac{5}{12}=\frac{5\cdot 3}{12\cdot 3}=\frac{15}{36}$ d) $\frac{30}{20}=\frac{30:5}{20:5}=\frac{6}{4}$

e) $\frac{4}{15}=\frac{40}{150}$ g) $\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$

2- Completa para que las fracciones sean equivalentes:

a) $\frac{7}{4}=\frac{\quad}{16} \rightarrow \frac{(16\div 4)\cdot 7=}{4\cdot 7=28} \rightarrow \frac{7}{4}=\frac{28}{16}$ c) $\frac{5}{4}=\frac{60}{48}$

f) $\frac{4}{5}=\frac{\quad}{75} \rightarrow \frac{(75\div 5)\cdot 4=}{15\cdot 4=60} \rightarrow \frac{4}{5}=\frac{60}{75}$ h) $\frac{3}{12}=\frac{1}{4}=\frac{4}{16}$

3- Resuelve las sumas:

a) $\frac{4}{5}+\frac{4}{15}=\frac{15:5\cdot 4+15:15\cdot 4}{15}=\frac{12+4}{15}=\frac{16}{15}$ c) $\frac{5}{12}+\frac{9}{16}+\frac{9}{8}=\frac{20+27+54}{48}=\frac{101}{48}$

d) $\frac{5}{10}-\frac{8}{45}=\frac{45-16}{90}=\frac{29}{90}$ g) $\frac{15}{10}+\frac{6}{4}+\frac{5}{8}=\frac{60+60+25}{40}=\frac{145}{40}=\frac{29}{8}$

Otra opción, simplifico antes de sumar: g) $\frac{15}{10}+\frac{6}{4}+\frac{5}{8}=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{8}=\frac{12+12+5}{8}=\frac{29}{8}$

4- Resuelve las multiplicaciones:

a) $\frac{5}{12}\times\frac{16}{7}=\frac{5\cdot 16}{12\cdot 7}=\frac{80}{84}=\frac{80:4}{84:4}=\frac{20}{21}$ c) $\frac{3}{2}\times\frac{4}{15}\times\frac{1}{8}=\frac{3\cdot 4\cdot 1}{2\cdot 15\cdot 8}=\frac{12}{240}=\frac{12:12}{240:12}=\frac{1}{20}$

5- Resuelve las divisiones:

a) $\frac{5}{12}\div\frac{4}{7}=\frac{5}{12}\cdot\frac{7}{4}=\frac{35}{48}$ c) $\frac{25}{2}\div\frac{75}{4}=\frac{25}{2}\cdot\frac{4}{75}=\frac{100}{150}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$

7- Escribe las siguientes fracciones en su expresión decimal

a) $\frac{4}{5}=0{,}8$ c) $\frac{25}{12}=$ 2,08333.. d) $\frac{2}{100}=0{,}02$

8- Escribe los números decimales en su expresión fraccionaria

a) $2{,}5=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$ c) $1{,}125=\frac{1125}{1000}=\frac{9}{8}$ d) $3{,}\overset{\frown}{6}=\frac{36-3}{9}=\frac{33}{9}=\frac{11}{3}$

e) $0{,}\widehat{56}=\frac{56}{99}$ g) $0{,}00\hat{1}=\frac{1}{900}$ h) $2{,}\widehat{65}=\frac{265-2}{99}=\frac{263}{99}$

9- Calcula las partes y los porcentajes

a) tres quintos de 100: $\frac{3}{5}\cdot 100=\frac{300}{5}=60$

c) 20% de 150: $150\cdot\frac{20}{100}=30$

e) 5% de 40: $40\cdot\frac{5}{100}=2$

g) tres décimos de 25: $25\cdot\frac{3}{10}=\frac{75}{10}=7{,}5$

10- Resuelve las operaciones:

a) $\frac{1}{3}-\left[5+\frac{1}{4}-\left(3+\frac{1}{3}\right)+\frac{5}{2}\right]+2=$

b) $\frac{5}{8}-\left[-\frac{3}{4}-1+\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)+\frac{5}{12}\right]+\frac{6}{2}=$

c) $\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{10}+\frac{6}{5}:\frac{3}{20}=\frac{5}{30}+\frac{120}{15}=\frac{5+240}{30}=\frac{245}{30}=\frac{49}{6}$

simplificando: $\frac{1}{6}+\frac{8}{1}=\frac{1+48}{6}=\frac{49}{6}$

d) $\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{15}{8}-\frac{3}{2}=\frac{1}{4}+\frac{15}{24}-\frac{3}{2}=\frac{1}{4}+\frac{5}{8}-\frac{3}{2}=\frac{2+5-12}{8}=-\frac{5}{8}$

e) $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(\frac{15}{8}-\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{7}{12}\right)\cdot\left(\frac{15}{8}\right)=\frac{105}{96}=\frac{35}{32}$

f) $\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)\cdot\frac{3}{5}+\frac{1}{6}:\left(\frac{5}{12}-\frac{4}{9}\right)$

$$\underbrace{\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)}_{\frac{12-10}{15}}\cdot\overbrace{\frac{3}{5}+\frac{1}{6}}^{\substack{no\ puedo\\ sumar}}:\underbrace{\left(\frac{5}{12}-\frac{4}{9}\right)}_{\frac{15-16}{36}}=\underbrace{\left(\frac{2}{15}\right)\cdot\frac{3}{5}}_{\frac{2\cdot 3}{15\cdot 5}}+\underbrace{\frac{1}{6}:\left(-\frac{1}{18}\right)}_{-\frac{1\cdot 18}{6\cdot 1}}=\frac{\overbrace{6}^{\frac{2}{25}}}{75}-\frac{\overbrace{18}^{\frac{3}{1}}}{6}=\frac{2}{25}-\frac{3}{1}=\frac{2-75}{25}=-\frac{72}{25}$$

Resolución de ejercicios 10.a) 10.c)

https://www.youtube.com/watch?v=_4NhP6T7hus&t=10s

Problemas

1- Expresa por medio de una fracción irreducible estas situaciones:

a- De un curso de 32 alumnos, 24 aprenden inglés y el resto francés.

- Parte de alumnos que aprenden inglés $\rightarrow \frac{24}{32} = \frac{3}{4}$
- Parte de alumnos que aprenden francés $\rightarrow \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$

b- De un juego de 180 fichas, 4 jugadores toman 15 fichas cada uno. ¿Qué fracción de las fichas queda?

$$4 \cdot 15 = 60 \qquad \frac{60}{180} = \frac{1}{3}$$

2- Resuelve los problemas:

a- Jorge compra las $^2/_3$ partes de un queso que pesa 6 Kg,. Si el Kg. Cuesta $500.- ¿Cuánto debe pagar?

$$\frac{2}{3} \cdot 6 = 4\,kg \; \rightarrow 4 \cdot 500 = 2000$$

Debe pagar $2000

https://www.youtube.com/watch?v=4WMUUMnzze0&t=5s

b- Una persona gasta $^1/_5$ de su dinero en viajes, $^1/_9$ en comida y ¼ en vestidos. ¿Qué parte de su dinero gasta y qué parte guarda?

$$\frac{1}{5} + \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{36 + 20 + 45}{180} = \frac{101}{180}$$

Gasta 101 de 180, y guarda 79 de 180 partes

c- En una botella hay $^2/_3$ litros de agua. ¿Cuántos litros faltan para llenarla, si su capacidad es de 2 litros?

$2 - \frac{2}{3} = \frac{6-2}{3} = \frac{4}{3}$ Le faltan 4/3 litros para llenarla d- En un viaje se deben recorrer 900 Km. En la primera etapa se recorre $^{2}/_{9}$ del camino, en la segunda $^{1}/_{3}$. ¿Cuántos Km. Se recorrerán en la tercera etapa para llegar?

Primera etapa $\frac{2}{9} \cdot 900 = 200$

Segunda etapa $\frac{1}{3} \cdot 900 = 300$

900-500=400 en la tercera etapa recorrerá 400K

e- De una bolsa que contiene 840 kg de harina se extrajo $^{5}/_{12}$ del total y luego $^{3}/_{7}$ del resto. ¿Cuantos kilogramos se harina se extrajeron y cuántos quedan aún?

$840 \cdot \frac{5}{12} = 350$ 840 – 350 = 490 quedan 490 kg

$490 \cdot \frac{3}{7} = 210$ 490 – 210 = 280 350 + 210 = 560

Al final quedan 280 kg, se extrajeron 560 kg

f-

g- Un coleccionista tiene 560 estampillas, de las cuales $^{1}/_{5}$ son de Francia, $^{3}/_{10}$ son de México y el resto de España. ¿Qué cantidad de estampillas pertenece a cada país?

https://www.youtube.com/watch?v=ZYqX-5z96V4&t=124s

3- Indicá qué porcentaje de la duración de una hora representa un minuto:

4- En un banco me pagan el 3% por mes de lo que deposito. Si deposito $3500. ¿Cuánto dinero tendré al cabo de 2 meses? ¿Cuánto al cabo de un año?

$$3500 \cdot \frac{3}{100} = 105$$

105 x 2 = 210. 3500+210=3710 en dos meses tendrá $3710

105 x 12 = 1260. 3500+1260=4760 en un año tendrá $4760

5-

6- En una nueva promoción, el supermercado realiza un descuento del 7% por compras que superen los $500 ¿cuánto deberás pagar si tu compra es de $570?

$5700 \cdot \frac{7}{100} = 399$ $5700 - 399 = 5301$ deberá pagar $5301

**CIERRE DE LA CLASE**

Autoevaluación

Resolver luego de realizar todas las actividades propuestas

Evaluación

**RECURSOS**

Video explicativo, apuntes teórico prácticos, clases sincrónica por videoconferencia a través del Big Blue Button.

**PROGRAMA DE NIVELACIÓN UNIVERSITARIO**
**MATEMÁTICA-CLASE Nº 2**

**TEMA: irracionales**

**OBJETIVOS:** que los alumnos puedan recordar lo aprendido en su paso por la secundaria en cuanto al uso del conjunto de los números irracionales, que puedan aplicar estos conocimientos a problemas que se le van a plantear muy posiblemente en otras materias de sus carreras como en la vida profesional

**TEMPORALIZACIÓN** 12HORAS SEMANALES.

Apunte teórico, video donde se explica la teoría

Se adjunta un grupo de ejercicios para que practiquen, junto con ellos van un par de videos explicativos de algunos de esos ejercicios

Luego tendrán una Autoevaluación

40 minutos semanales de clase para consulta por meet (en estas clases se trabajará a partir de las dudas y conocimientos de los alumnos, se buscará que haya debate entre las distintas formas de resolución de los ejercicios problemas buscando que reconozcan para que momento son válidos ciertas estrategias y para cuales no, el docente tratará en lo posible, ser intermediario entre los saberes, capacidad y dudas de los alumnos)

Finaliza el tema con una evaluación

**INTRODUCCIÓN: ¿Qué son los números irracionales?**

Muchos de los números irracionales son números naturales que están dentro de una raíz que si la resolvemos nos da como resultado un número decimal con infinitos dígitos, como por ejemplo $\sqrt{2}$ , si resolvemos esta raíz con la calculadora la pantalla nos muestra 1,41213562 en realidad no nos muestra mas dígitos por que entran en la pantalla, pues en realidad la cantidad de dígitos es infinito (una computadora en el 2006 pudo calcular doscientos mil millones de decimales de este número).

Acá un ejemplo de raíces

| | |
|---|---|
| $\sqrt{0}=0$ racional | $\sqrt[3]{1}=1$ |
| $\sqrt{1}=1$ racional | $\sqrt[3]{2}=$ irracional |
| $\sqrt{2}=\sqrt{2}$ irracional, lo dejamos expresado | $\sqrt[3]{4}=$ irracional |
| $\sqrt{3}=$ irracional | $\sqrt[3]{6}=$ irracional |
| $\sqrt{4}=2$ racional | $\sqrt[3]{8}=2$ |
| $\sqrt{5}=$ irracional | |
| $\sqrt{6}=$ irracional | $\sqrt[2]{6{,}25}=\sqrt{\frac{625}{100}}=\sqrt{\frac{125}{20}}=\sqrt{\frac{25}{4}}=\frac{5}{2}=2{,}5$ RACIONAL |
| $\sqrt{7}=$ irracional | $\sqrt[2]{2{,}4}=\sqrt{\frac{24}{10}}=\sqrt{\frac{12}{5}}$ IRRACIONAL |
| $\sqrt{8}=$ irracional | $\sqrt[2]{0{,}\hat{4}}=\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{2}{3}=0{,}\hat{6}$ RACIONAL |
| $\sqrt{9}=3$ racional | $\sqrt[3]{0{,}1}=\sqrt[3]{\frac{1}{10}}$ IRRACIONAL |
| $\sqrt{10}=$ irracional | $\sqrt[3]{0{,}027}=\sqrt[3]{\frac{27}{1000}}=\frac{3}{10}=0{,}3$ RACIONAL |

Pero estos no son los únicos irracionales, hay otros números muy conocidos como el número pi $\pi$=3,141592…. que lo usamos desde la primaria especialmente en geometría como 3,14. Y como este hay muchos números más que se usan en matemática y en otras ciencias

**DESARROLLO DE TEMAS:**

**Videos de clase: [https://www.youtube.com/watch?v=Ikn2D9CCS-Q](https://www.youtube.com/watch?v=Ikn2D9CCS-Q)**

¿Entonces como definimos a los números irracionales? Son todos los números decimales que no se puede escribir como fracciones (eso pasa por que tienen infinitos decimales y no son peródicos)

Ahora trataremos de recordar como se trabaja con estos números

**Suma y resta de irracionales**
Si nos plantean la siguiente suma:

$8\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} + 3\sqrt{2} =$ tenemos que pensar la suma como nos enseñaron en primer grado, solo se puede sumar los elementos de la misma colección, autitos con autitos y pelotitas con pelotitas

En este ejemplo tenemos $\sqrt{7}$ y $\sqrt{2}$ entonces las raíces de siete solo las puedo sumar con las de siete y las de dos con las de dos

$8\sqrt{2} + 2\sqrt{7} + 5\sqrt{7} + 3\sqrt{2} = 11\sqrt{2} + 7\sqrt{7}$ y entre ellos no se pueden sumar ya que se trata de elementos distintos (serían 11 autitos y 7 pelotitas)

Como las raíces que son iguales se pueden sumar entre sí, y las diferentes no, se dejas expresadas como suma. Llamamos términos semejantes a los que tienen la misma raíz.

Otros dos Ejemplos

1) $\underline{2\sqrt{2}} + \overline{3\sqrt{5}} \underline{-8\sqrt{2}} + \overline{\sqrt{5}} = -6\sqrt{2} + 4\sqrt{5}$

2) $\sqrt{2} + 1 + 1 + 2\sqrt{2} = 2 + 3\sqrt{2}$

**Extracción de factores de la raíz**

$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18}$ ¿Puedo sumar? En este caso a primera vista como cada una de las raíces son distintas no se podría sumar… pero…

Si nos ocurre el caso de que en la operación que tenemos dentro de la raíz aparece un número compuesto (un número que surge de multiplicar números primos) se debe analizar si se puede descomponer ese número (factorearlo como nos enseñaron en sexto grado) para operar con ellos haciendo lo que se conoce en matemática como extracción de factores

Factoreo el 8

| | |
|---|---|
| 8 | 2 |
| 4 | 2 |
| 2 | 2 |
| 1 | |

Como queda el 2 tres veces se escribe $8=2^3$

Entonces dentro de la raíz reemplazo al 8 y queda $\sqrt{8} = \sqrt{2^3} = como\ la\ potencia\ de\ 3\ es\ igual\ a\ la\ de\ 2\ mas\ la\ de\ 1\ queda\ \sqrt{2^2 2} = distribuyo\ la\ raíz\ en\ los\ dos\ numeros\ \sqrt{2^2}\sqrt{2}$ = luego resuelvo la primer raíz (que es raíz de cuatro) y queda = $2\sqrt{2}$

Hago lo mismo con el 18 ……… $18=2.3^2$ entonces $\sqrt{18} = \sqrt{2.3^2} = 3\sqrt{2}$

Por lo tanto la suma se resuelve de la siguiente manera

$$\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} = \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Otro ejemplo: $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}$

$\sqrt{12} = \sqrt{2^2.3} = 2\sqrt{3}$ $\quad$ $\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75} = \sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

| | |
|---|---|
| 12 | 2 |
| 6 | 2 |
| 3 | 3 |
| 1 | |

$\sqrt{75} = \sqrt{3.5^2} = 5\sqrt{3}$

| | |
|---|---|
| 75 | 3 |
| 25 | 5 |
| 5 | 5 |
| 1 | |

Otro mas:

$$\sqrt{20} + \sqrt{45} + \sqrt{5} =$$

$$\sqrt{\underline{2^2}.5} + \sqrt{5.\underline{3^2}} + \sqrt{5} =$$

$$2.\sqrt{5} + 3.\sqrt{5} + \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

**Multiplicación de irracionales**

Ahora trataremos de recordar como se multiplicaban los irracionales

$5 \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$ el producto de un entero por una raíz irracional se deja expresado

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{5.2} = \sqrt{10}$ cuando tenemos raíces de igual índice multiplicamos los radicandos (números que están dentro de la raíz) y lo dejamos dentro de una única raíz con igual índice.

$5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{6} = 15\sqrt{12}$ en este caso multiplicamos los enteros por un lado y las raíces por otro.

En el caso de que tengamos que multiplicar un número irracional con un paréntesis donde tenemos mas de un término, debemos aplicar propiedad distributiva como en cualquier ejercicio de matemática que hayamos hecho antes

por ejemplo, si en primer año del secundario nos aparecía 3(2x+1) multiplicábamos el 3 por los dos términos que están dentro de la raíz quedándonos 6x+3

en este caso si nos pasa 3 ($2\sqrt{5}+1$) hago lo mismo, distribuyo y me queda $6\sqrt{5}+3$…

<u>otro ejemplo:</u>

$$5\sqrt{2} \cdot \left(3 + \sqrt{6}\right) = 5\sqrt{2} \cdot 3 + 5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = 15\sqrt{2} + 5\sqrt{12}$$

Si en cambio tenemos Dos términos que multiplican a otros dos términos<u>:</u> multiplicamos cada término del primer paréntesis por cada término del segundo.

$$\left(5 + \sqrt{3}\right) \cdot \left(3 + \sqrt{2}\right)$$

haciendo lo que se conoce como doble distributiva

$$\left(5 + \sqrt{3}\right) \cdot \left(3 + \sqrt{2}\right) = 5 \cdot 3 + 5 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot 3 + \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 15 + 5\sqrt{2} + 3\sqrt{3} + \sqrt{6}$$

Cuando tenemos una POTENCIA, si recordamos que el exponente me está indicando que debo multiplicar la base dos veces $2^2=2.2$

Como ahora la base es un paréntesis debemos multiplicar el paréntesis por sí mismo.

$$\left(3+\sqrt{5}\right)^2=\left(3+\sqrt{5}\right)\cdot\left(3+\sqrt{5}\right)=9+3\sqrt{5}+\sqrt{5}\cdot 3+\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}$$

$$9+\underline{3\sqrt{5}+3\sqrt{5}}+\sqrt{25}=9+6\sqrt{5}+5=14+6\sqrt{5}$$

**Racionalización de denominadores**

Y por último vamos hablar de la división, en este caso cuando el irracional aparece en el divisor se lo conoce como Racionalizar los denominadores, y esta operación tiene como único objetivo hacer desaparecer la o las raíces del denominador.

En esta materia nos vamos a enfrentar a dos posibilidades, uno cuando tenemos un solo término en el denominador

Por ejemplo $\frac{6}{\sqrt{3}}$

el objetivo es eliminar la raíz del denominador, para ello vamos a multiplicar por esa misma raíz tanto el numerador como el denominador

$$\frac{6}{\sqrt{3}}=\textit{multiplicamos por la raiz}$$

$$\frac{6}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}= \quad \textit{como es multiplcacion de fracciones arriba con arriba y abajo con abajo}$$

$$\frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{9}}=\textit{resuelvo la raiz de nueve y queda}$$

$$\frac{6\sqrt{3}}{3}$$

Otro ejemplo:

$$\frac{5}{\sqrt{6}}=\frac{5}{\sqrt{6}}\cdot\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{\sqrt{36}}=\frac{5}{6}\sqrt{6}$$

La otra posibilidad es que tengamos dos términos en el denominador que incluyen una o dos raíces.

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}}=$$

Cuando tenemos una suma multiplicamos por algo que se llama el <u>conjugado</u>.

El conjugado de un binomio A+B, es otro binomio A-B con el signo opuesto al del segundo término.

¿Por qué hacemos esto? Cuando multiplicamos dos binomios iguales pero con signo medio cambiado (A+B).(A-B)=$A^2$-AB+AB-$B^2$. $A^2$-$B^2$ los términos del medio se cancelan y los extremos quedan al cuadrado, al aplicar esta doble distributiva se logra cancelar las raíces $(2+\sqrt{2})\cdot(2-\sqrt{2})=4-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{4}=4-2$ y este era el objetivo

$$\frac{2}{2+\sqrt{2}}.\frac{2-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}=\frac{4-2\sqrt{2}}{4-2\sqrt{2}+2\sqrt{2}-\sqrt{4}}=\frac{4-2\sqrt{2}}{4-2}=\frac{4-\sqrt{2}}{2}$$

Veamos un ejemplo completo

$$\frac{8}{3-\sqrt{5}}=\frac{8}{3-\sqrt{5}}\cdot\frac{3+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}}=\frac{8\cdot(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}=\frac{24+8\sqrt{5}}{9+3\sqrt{5}-3\sqrt{5}-\sqrt{25}}=\frac{24+8\sqrt{5}}{4}$$
$$=\frac{24}{4}+\frac{8}{4}\sqrt{5}$$

$$\frac{24}{4}+\frac{8}{4}\sqrt{5}=6+2\sqrt{5}$$

**<u>Para finalizar lo que vamos a tratar de recordar es como trabajar en un ejercicio combinado con irracionales.</u>**

La idea de trabajo con combinados es la de siempre, primero se separa en términos, luego se resuelve las multiplicaciones y divisiones que pueden haber en cada término, para al finalizar sumar o restar lo que se pueda (recordando si hace falta extraer factores de la raíz)

$$\sqrt{5}\cdot(2+\sqrt{5})+\frac{2}{\sqrt{5}-2}=$$

Separo en términos, distribuyo la multiplicación y racionalizo la division

$$2\sqrt{5}+\sqrt{25}+\frac{2}{\sqrt{5}-2}\cdot\frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2}$$

resuelvo

$$2\sqrt{5}+5+\frac{2\sqrt{5}+4}{\sqrt{25}+2\sqrt{5}-2\sqrt{5}-4}$$

Luego sumo o resto todo lo que se pueda

$$2\sqrt{5}+5+\frac{2\sqrt{5}+4}{5-4}=$$

$$2\sqrt{5}+5+2\sqrt{5}+4=$$

$$9+4\sqrt{5}$$

**ACTIVIDADES DE APLICACIÓN** se les adjuntará el siguiente práctico de aplicación y un video explicativo de alguno de los problemas

Practico para ir resolviendo comparen procesos y resultados entre ustedes, vean los videos y luego charlamos en la clase de consulta en el meet

Sumas de irracionales

a) $\sqrt{3}+4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=$
b) $5-2\sqrt{5}+6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=$
c) $\sqrt{3}+4+4\sqrt{30}-2\sqrt{27}=$
d) $\sqrt{32}+4\sqrt{8}-2\sqrt{16}=$

https://www.youtube.com/watch?v=zZpwpqs4Kks

Multiplicación de irracionales

a) $7(2\sqrt{5}-4)=$
b) $(5\sqrt{3}+\sqrt{2})(4+2\sqrt{2})=$
c) $\sqrt{7}(2\sqrt{7}-4)=$
d) $(5+\sqrt{2})^2\,(4+2\sqrt{2})=$

Racionalización

a) $\frac{2}{\sqrt{3}}=$
b) $\frac{6}{5+\sqrt{10}}=$
c) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}=$
d) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}-\sqrt{10}}=$

Ejercicios combinados

a) $2\sqrt{18}+\frac{6}{\sqrt{2}}=$
b) $\frac{1}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{1}{6}\sqrt{54}=$

https://www.youtube.com/watch?v=g_nTmIYipk0

c) $\left(\sqrt{10}+2\right)^2+\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}+\frac{5}{\sqrt{40}}$

**Autoevaluación:**

Antes de realizar la autoevaluación realice las actividades propuestas.

## CIERRE DE LA CLASE:

La clase se cerrará con la autocorrección de los problemas resueltos según las respuestas, además se debe realizar una autoevaluación y por último deben rendir la evaluación (las evaluaciones serán similares a las actividades y autoevaluaciones).

**RECURSOS:**
**video explicativo, apuntes teórico prácticos, clases sincrónica por videoconferencia, classroom**

Anexo clase 2 irracionales

Resultados de ejercicios:

Sumas de irracionales

a) ……rta: $3\sqrt{3}$
b) ….rta: 5-$2\sqrt{5}+4\sqrt{3}$
c) ….rta: 4+$4\sqrt{30}-5\sqrt{3}$
d) $rta$: https://www.youtube.com/watch?v=zZpwpqs4Kks

Multiplicación de irracionales

a) ……… rta: $14\sqrt{5}-28$
b) ….rta: $20\sqrt{3}+10\sqrt{6}+4\sqrt{2}+4$
c) ………… rta: 14-$4\sqrt{7}$
d) ……. Rta: 148+$94\sqrt{2}$

Racionalización

a) …………. Rta: $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
b) ……rta: $2-\frac{2\sqrt{10}}{5}$
c) …………….. rta: $\frac{\sqrt{55}}{11}$
d) ……… rta: $-\frac{\sqrt{30}}{5}-\frac{\sqrt{60}}{5}$

Ejercicios combinados

a) ……………. Rta: $9\sqrt{2}$
b) $rta$: https://www.youtube.com/watch?v=g_nTmlYipk0
c) ….. rta: 14+$\frac{93}{20}\sqrt{10}$

**PROGRAMA DE NIVELACIÓN UNIVERSITARIO**
**MATEMÁTICA-CLASE Nº 3**

## TEMA: ECUACIONES DE PRIMER GRADO

**OBJETIVOS:**

Recordar lo aprendido en su paso por la secundaria en resolución de ecuaciones con distintos conjuntos numéricos. La aplicación de la regla de signos y el uso de la propiedad distributiva.
Que el alumno pueda plantar problemas en lenguaje simbólico y resolver y tener la capacidad de verificar el resultado y utilizar el sentido común cuando sea necesario

**TEMPORALIZACIÓN:** 4 HORAS SEMANALES x 2 semanas

40 minutos en una clase de consulta por Meet (en estas clases se trabajará a partir de las dudas y conocimientos de los alumnos, se buscará que haya debate entre las distintas formas de resolución de los ejercicios problemas buscando que reconozcan para que momento son válidos ciertas estrategias y para cuáles no, el docente tratará en lo posible, ser intermediario entre los saberes, capacidad y dudas de los alumnos)

**INTRODUCCIÓN**

Para poder trabajar en este tema, el alumno deberá haber trabajado con la guía de Fracciones. La resolución de ecuaciones es prioritaria en este programa y se abordarán diferentes formas de resolución y se darán todos los recursos en su trabajo. Se presentarán ecuaciones en distintos conjuntos numéricos de modo que el alumno y la alumna repasen las diferentes operaciones y se verá la necesidad de verificar siempre cada uno de sus pasos.

Este tema, como casi todos los que veremos en el programa, serán vueltos a revisar en próximos contenidos de modo que el alumno pueda ver diferentes aplicaciones y naturalice los procedimientos resolutivos.

**DESARROLLO DE TEMAS:**

Universidad del Chubut

# Ecuaciones de primer grado

| Videos explicativos: |
|---|
| Ecuaciones parte 1: https://youtu.be/Z7KviEEnUpQ |
| Ecuaciones con propiedad distributiva: https://youtu.be/A7YStGFjSJI |
| Ecuaciones con fracciones: https://youtu.be/wsuV8mK4OyY |
| Planteo de ecuaciones: https://youtu.be/hwVVpIIAX7U |

Las ecuaciones son igualdades que se cumplen para determinados valores.

Para resolver las siguientes ecuaciones, despejamos la x aplicando la operación inversa en el otro miembro. Para cancelar términos usamos sumas y restas y para eliminar factores usamos multiplicaciones y divisiones.

$$x + 5 = 7$$
$$x = 7 - 5$$
$$x = 2$$

$$x - 2 = 8$$
$$x = 8 + 2$$
$$x = 10$$

$$4x = 20$$
$$x = 20 : 4$$
$$x = 5$$

$$\frac{x}{6} = 10$$
$$x = 10 \cdot 6$$
$$x = 60$$

*En las ecuaciones de primer grado, el orden para despejar la x es el siguiente:*

$$5x + 5 + 4x = 7x + 16 - 7$$

$$\underline{5x}\overline{+5}\underline{+4x} = \underline{7x}\overline{+16 - 7}$$

Cuando tenemos muchos términos en cada miembro conviene reducirlos operando los términos sin x por un lado y los términos con x por otro.

$$9x + 5 = 7x + 9$$

$$9x - 7x = 9 - 5$$

y luego hacer los pasajes, términos independientes (sin x) en un miembro y los con x del otro.

$$2x = 4$$

$$x = 4 : 2$$

$$x = 2$$

Resolvemos cada término y finalmente pasamos el factor dividiendo

*Para verificar que resolvimos bien, reemplazamos el 2 en lugar de la x*

$$5 \cdot 2 + 5 + 4 \cdot 2 = 7 \cdot 2 + 16 - 7$$

$$10 + 5 + 8 = 14 + 16 - 7$$

$$23 = 23$$

*Como dio el mismo valor en ambos miembros, el resultado x=2 es correcto.*

Suma de enteros.

Números del mismo signo: sumamos y dejamos el signo

$$+8 + 2 = +10$$

$$-5 - 3 = -8$$

Números de signos diferentes: restamos y dejamos el signo del mayor (en valor absoluto)

$$\underbrace{+7} - 3 = +4 \qquad -5 \underbrace{+12} = +7$$

$$+8 \underbrace{-20} = -12 \qquad \underbrace{-5} + 4 = -1$$

*Otro ejemplo, siguiendo los mismos pasos*

$$6x - 9 - 2x - 3 = 10 - 15x + 8 + 9x$$

$$\boxed{-9 - 3 = -12} \qquad \underline{6x}\overline{-9}\underline{-2x}\overline{-3} = \overline{10}\underline{-15x}\overline{+8}\underline{+9x} \qquad \boxed{-15x + 9x = -6x}$$

$$4x - 12 = 18 - 6x$$

$$4x + 6x = 18 + 12$$

$$10x = 30$$

$$x = 30 : 10$$

$$x = 3$$

## Verificación:

Para verificar que está bien resuelto, reemplazamos el valor de x en la ecuación inicial y resolvemos, ambos miembros deben dar el mismo resultado

$$6 \cdot 3 - 9 - 2 \cdot 3 - 3 = 10 - 15 \cdot 3 + 8 + 9 \cdot 3$$

$$18 - 9 - 6 - 3 = 10 - 45 + 8 + 27$$

$$0 = 0$$

*Ecuaciones con paréntesis. Uso de la propiedad distributiva.*

El signo " $-$ " cambia los signos dentro del paréntesis

$$-(A+B)=-A-B$$

$$-(A-B)=-A+B$$

$$-(-A+B)=+A-B$$

$$-(-A-B)=+A+B$$

$$3\underbrace{-(2x-4)}_{-2x+4}+10x=3+\underbrace{2\cdot(3x+5)}_{6x+10}$$

$$3-2x+4+10x=3+6x+10$$

$$8x+7=13+6x$$

$$8x-6x=13-7$$

$$2x=6$$

$$x=6:2$$

x=3

Propiedad Distributiva

$$2\cdot(A+B)=2\cdot A+2\cdot B$$

Otro ejemplo:

$$-9-5(-3+2x)=12-2\cdot(3x-5)$$

Cuando tenemos un número negativo delante de un paréntesis, debemos prestar especial atención a la regla de signos al aplicar la propiedad distributiva, $3x+5=2-2\cdot(3x-5)$

$$+\cdot+=+$$

$$+\cdot-=-$$

$$-\cdot+=-$$

$$-\cdot-=+$$

$$-9\underbrace{-5\cdot(-3+2x)}_{+15-10x}=12\underbrace{-2\cdot(3x-5)}_{-6x+10}$$

$$-9+15-10x=12-6x+10$$

$$6-10x=22-6x$$

$$6x-10x=22-6$$

$$\boxed{6-10=-4}$$

$$-4x=16$$

$$x=16:(-4)$$

$$x=-4$$

$$+:+=+$$

$$+:-=-$$

$$-:+=-$$

$$-:-=+$$

*Verificación:*

$$-9-5\cdot(-3+2\cdot(-4))=12-2\cdot(3\cdot(-4)-5)$$

$$-9-5\cdot(-3-8)=12-2\cdot(-12-5)$$

$$-9\underbrace{-5\cdot(-11)}_{+55}=12\underbrace{-2\cdot(-17)}_{+34}$$

$$-9+55=12+34$$

$$46=46$$

## *Ecuaciones con números racionales.*

*Resolvemos siguiendo los mismos pasos que con enteros.*

Suma de fracciones:

$$\frac{2}{3}+\frac{5}{4}=\frac{\overbrace{8}^{12:3\cdot 2}+\overbrace{15}^{12:4\cdot 5}}{\underbrace{12}_{denominador\ común}}=\frac{23}{12}$$

$$\frac{1}{2}+3x=\frac{3}{5}x-\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}+3x=\frac{3}{5}x-\frac{3}{2}$$

$$3x-\frac{3}{5}x=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$$

$$3-\frac{3}{5}=\frac{15-3}{5}=\frac{12}{5}$$

$$-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}=\frac{-3-1}{2}=-\frac{4}{2}=-2$$

$$\frac{12}{5}x=-2$$

$$x=-2:\frac{12}{5}$$

$$-2:\frac{12}{5}=-\frac{10}{12}=-\frac{5}{6}$$

$$x=-\frac{5}{6}$$

División: multiplico cruzado

$$\frac{2}{3}:\frac{5}{4}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 5}=\frac{8}{15}$$

Producto:

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot 5}{3\cdot 7}=\frac{10}{21}$$

*Verificación*

$$\frac{1}{2}+\underbrace{3\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)}_{-\frac{15}{6}}=\underbrace{\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)}_{-\frac{1}{3}}-\frac{3}{2}$$

$$\frac{2}{5}\cdot\left(-\frac{5}{6}\right)=-\frac{10}{30}=-\frac{1}{3}$$

$$\frac{1}{2}-\frac{15}{6}=-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{2}-\frac{15}{6}=\frac{3-15}{6}=-\frac{11}{6}$$

$$-\frac{1}{3}-\frac{3}{2}=\frac{-2-9}{6}=-\frac{11}{6}$$

$$-\frac{11}{6}=-\frac{11}{6}$$

$$\underbrace{\frac{3}{2}\cdot(3x-1)}_{\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}}=\underbrace{\frac{3x+5}{4}}_{\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}}$$

Propiedad distributiva

$$\frac{A+B}{2}=\frac{A}{2}+\frac{B}{2}$$

$$\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$$

$$\frac{9}{2}x-\frac{3}{4}x=\frac{5}{4}+\frac{3}{2}$$

$$\frac{15}{4}x=\frac{11}{4}$$

$$x=\frac{11}{4}:\frac{15}{4}$$

$$x=\frac{11}{15}$$

Otra opción en este caso, cuando el divisor, divide a "toda la expresión" en un mismo término, es pasarlo multiplicando al otro miembro.

$$\frac{3}{2}\cdot(3x-1)=\frac{3x+5}{4}$$

Divisor común

$$\frac{A}{2}+\frac{B}{2}=\frac{A+B}{2}$$

$$\frac{9}{2}x-\frac{3}{2}=\frac{3x+5}{4}$$

$$\frac{9x-3}{\color{red}{2}}=\frac{3x+5}{\color{blue}{4}}$$

Productos cruzados

$$\frac{A}{\color{red}{B}}=\frac{C}{\color{green}{D}}\rightarrow A\cdot \color{green}{D}=\color{red}{B}\cdot C$$

$$(9x-3)\cdot\color{blue}{4}=\color{red}{2}\cdot(3x+5)$$

$$36x-12=6x+10$$

$$36x-6x=10+12$$

$$30x=22$$

$$x=\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$$

Cuando la barra fraccionaria tiene más de un término en el numerador, trabaja como un paréntesis

$$-\frac{A+B}{C}=-\left(\frac{A+B}{C}\right)$$

$$2\cdot\frac{A-B}{C}=2\cdot\left(\frac{A-B}{C}\right)$$

El signo " $-$ " cambia los signos dentro de la fracción

$$-\frac{A+B}{C}=-\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$$

$$-\frac{A-B}{C}=-\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

$$-\frac{-A+B}{C}=+\frac{A}{C}-\frac{B}{C}$$

$$-\frac{-A-B}{C}=+\frac{A}{C}+\frac{B}{C}$$

$$\frac{-13}{2}-\underbrace{\frac{3x-1}{4}}_{-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}}=\underbrace{\frac{4}{3}\cdot\frac{x-3}{2}}_{\frac{4}{6}x-\frac{12}{6}}$$

$$-\frac{13}{2}-\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}=\frac{2}{3}x-2$$

$$-\frac{3}{4}x-\frac{25}{4}=\frac{2}{3}x-2$$

$$-\frac{3}{4}x-\frac{2}{3}x=-2+\frac{25}{4}$$

$$\frac{-17}{12}x=\frac{17}{4}$$

$$x=-\frac{17}{4}:\left(\frac{17}{12}\right)=-\frac{12}{4}$$

$$x=-3$$

Verificación:

$$\frac{-13}{2}-\frac{3\cdot(-3)-1}{4}=\frac{4}{3}\cdot\frac{(-3)-3}{2}$$

$$\frac{-13}{2}-\frac{-9-1}{4}=\frac{4}{3}\cdot\frac{-6}{2}$$

$$\frac{-13}{2}-\left(-\frac{5}{2}\right)=-\frac{24}{6}$$

$$\frac{-13}{2}+\frac{5}{2}=-4$$

$$-\frac{8}{2}=-4$$

$$-4=-4$$

Planteo de ecuaciones. Para resolver problemas debemos muchas veces traducirlo a leguaje simbólico para resolverlo como una ecuación.

| Lenguaje coloquial | Lenguaje simbólico |
|---|---|
| El consecutivo de un número | $x+1$ |
| El anterior de un número | $x-1$ |
| El doble de un número | $2x$ |
| El quíntuplo de un número | $5x$ |
| La mitad de un número | $x:2$ o $\frac{x}{2}$ o $\frac{1}{2}x$ |
| La cuarta parte de un número | $x:4$ o $\frac{x}{4}$ o $\frac{1}{4}x$ |
| El consecutivo del doble de un número | $2x+1$ |
| El triple del consecutivo de un número | $2(x+1)$ |
| La mitad del anterior | $\frac{1}{2}(x-1)$ |
| La suma de tres números | $A+B+C$ |
| La diferencia entre dos números | $A-B$ |

Problemas:

1- La suma de un número con su consecutivo es igual a 125. Cuáles son dichos números?

$$La\ \underbrace{suma}_{+}\ de\ \underbrace{un\ número}_{x}\ con\ su\ \underbrace{consecutivo}_{x+1}\ \underbrace{es\ igual\ a\ 125}_{=125}.\ Cuáles\ son\ dichos\ números?$$

$$x+(x+1)=125$$

$$x+x+1=125$$

$$2x=125-1=124$$

$$x=124:2=62$$

El número es 62, su consecutivo es 63 62+63=125

2- La mitad de un número menos 8 es igual a la tercera parte de dicho número más 2. Cuál es el número.

$$\underbrace{La\ mitad\ de\ un\ número}_{\frac{1}{2}x}\ \underbrace{menos\ 8}_{-8}\ \underbrace{es\ igual}_{=}\ \underbrace{a\ la\ tercera\ parte\ de\ dicho}_{\frac{1}{3}x}\ número\ \underbrace{más\ 2}_{+2}.$$

$Cuál\ es\ el\ número.$

$$\frac{1}{2}x - 8 = \frac{1}{3}x + 2$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x = 2 + 8$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{3-2}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{6}x = 10$$

$$x = 10 : \frac{1}{6} = 60/1$$

$$x = 60$$

La mitad de 60, es 30. La tercera parte de 60 es 20 30-8 = 20 + 2 = 20

3- Si a un número le sumo el consecutivo de su doble me da igual a la mitad de su anterior.

$$Si\ \underbrace{a\ un\ número}_{x}\ le\ \underbrace{sumo\ el\ consecutivo\ de\ su\ doble}_{+2x+1}\ me\ da\ \underbrace{igual}_{=}\ a\ \underbrace{la\ mitad\ de\ su\ anterior}_{\frac{1}{2}(x-1)}.$$

$$x + 2x + 1 = \frac{1}{2}(x-1)$$

$$3x + 1 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$$

$$3x - \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} - 1$$

$$\frac{5}{2}x = -\frac{3}{2}$$

$$x = -\frac{3}{2} : \frac{5}{2} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$x = -\frac{3}{2} : \frac{5}{2} = -\frac{6}{10} = -\frac{3}{5}$$

$$x = -\frac{3}{5}$$

$$3 - \frac{1}{2} = \frac{6-1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$-\frac{1}{2} - 1 = \frac{-1-2}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{3}{5} + 2 . -\frac{3}{5} + 1 = \frac{1}{2}(-\frac{3}{5} - 1)$$

$$-\frac{3}{5} - \frac{6}{5} + 1 = \frac{1}{2}\left(\frac{-3-5}{5}\right)$$

$$\frac{-3-6+5}{5} = \frac{1}{2}\left(-\frac{8}{5}\right)$$

$$-\frac{4}{5} = -\frac{8}{10}$$

Está bien, se verifica la ecuación.

4- La suma de las edades de una mamá y su hija es de 104 años, la mamá tiene el triple de la edad de su hija.

$$las\ edades\ de\ \underbrace{una\ mamá\ y\ su\ hija\ es\ de\ 104\ años}_{\underbrace{M+H=104}_{3x+x=104}},\ la\ \underbrace{mamá}_{3x}\ tiene\ el\ triple\ de\ la\ edad\ de\ su\ \underbrace{hija}_{x}.$$

$$3x + x = 104$$

$$4x = 104$$

$$x = 104 : 4 = 26$$

La hija tiene 26 años. LA mamá tiene 3.26= 78 78+26 =104

5- A cierto número, le sumamos el triple de su consecutivo y le restamos la cuarta parte de su anterior, lo que me da como resultado el quíntuplo de ese número.

$$A\ \underbrace{cierto\ número, le\ sumamos}_{x}\ \underbrace{el\ triple\ de\ su\ consecutivo}_{+3(x+1)}\ \underbrace{y\ le\ restamos\ la\ cuarta\ parte\ de\ su\ anterior}_{-\frac{1}{4}(x-1)},$$

$$lo\ que\ me\ \underbrace{da\ como\ resultado}_{=}\ \underbrace{el\ quíntuplo\ de\ ese\ número}_{5x}$$

$$x + 3(x+1) - \frac{1}{4}(x-1) = 5x$$
$$x + 3x + 3 - \frac{1}{4}x + \frac{1}{4} = 5x$$
$$+3 + \frac{1}{4} = 5x - x - 3x + \frac{1}{4}x$$
$$+3 + \frac{1}{4} = x + \frac{1}{4}x$$

$$\frac{13}{4} = \frac{5}{4}x$$

$$\frac{13}{4} : \frac{5}{4} = x$$
$$\frac{52}{20} = x$$

$$\frac{13}{5} = x$$

$$3 + \frac{1}{4} = \frac{12+1}{4} = \frac{13}{4}$$

$$1 + \frac{1}{4} = \frac{4+1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{13}{5} + 3\left(\frac{13}{5} + 1\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{13}{5} - 1\right) = 5.\frac{13}{5}$$
$$\frac{13}{5} + 3\left(\frac{18}{5}\right) - \frac{1}{4}\left(\frac{8}{5}\right) = 13$$
$$\frac{13}{5} + \frac{54}{5} - \frac{2}{5} = 13$$
$$\frac{13 + 54 - 2}{5} = 13$$
$$\frac{65}{5} = 13$$

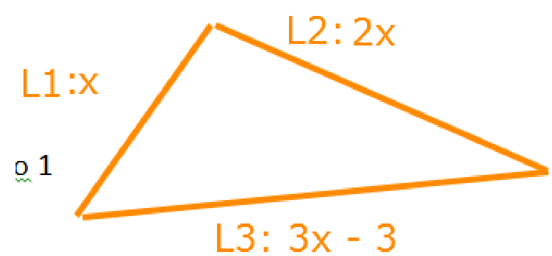
6- El perímetro de un triángulo mide 48 cm, sabemos que el lado 2 es el doble del lado 1 y que el lado 3 mide 3 cm menos que el triple del lado 1. Cuanto mide cada lado:

$L1 + L2 + L3 = 48$

$\underline{X + 2X + 3X} - 3 = 48$

$$6X = 48 + 3$$

$$X = 51 : 6 = 8{,}5$$




Lado 1. 8,5
Lado 2. 8,5 x 2 = 17
Lado 3 . 8,5 x 3 -3 = 25,5 – 3 = 22,5

L1 + L2 + L3 = 8,5 + 17 + 22, 5 = 48 cm

Actividades:

I) Resuelve y verifica

1) $3x + 10(2x - 5) = 20 - 2(x + 15)$

2) $2(5 - 2x) - x = 34 - 3x - 20$

3) $8x - (5 + 2x) = -41$

4) $\frac{2}{3}x + 1 = \frac{5}{2}x + 2$

5) $\frac{2}{3}(x - 1) + \frac{3}{2} = \frac{4}{3}x$

6) $\frac{2x+3}{3} = \frac{4x-2}{2}$

7) $\frac{(3x-2)}{2} + 0,\widehat{2} = 3 \cdot (2x - 3)$

8) $1,\widehat{6} \cdot (3x - 1) - \left(x + \frac{1}{5}\right) = 0$

II) PLANTEAR LAS ECUACIONES Y RESOLVER:

1- UN NÚMERO MAS EL CONSECUTIVO DEL TRIPLE MAS EL DOBLE DEL CONSECUTIVO DA 100. CUAL ES EL NÚMERO.
2- LA MITAD EL ANTERIOR DE UN NÚMERO ES IGUAL AL SIGUIENTE DE SU QUINTA PARTE. CUAL ES EL NÚMERO
3- LA TERCERA PARTE DE UN NÚMERO ES IGUAL A LA SUMA DE SU MITAD CON 5. CUAL ES EL Nº?
4- LAS EDADES DE ARIEL, BETO Y CARLOS SUMAN 75 AÑOS. BETO ES 10 AÑOS MAYOR QUE ARIEL Y CARLOS TIENE EL TRIPLE DE LA EDAD QUE ARIEL. CUAL ES LA EDAD DE CADA UNO.
5- EL PERÍMETRO DE UN RECTÁNGULO MIDE 120 CM . LA ALTURA ES 12 CM MENOR AL TRIPLE DE LA BASE.

6- HALLAR TRES NÚMEROS CONSECUTIVOS CUYA SUMA SEA 219.
7- DADO UN NÚMERO, LA SUMA DE SU MITAD, SU DOBLE Y SU TRIPLE ES 55. ¿QUÉ NÚMERO ES?
8- SI MANUEL ES 3 AÑOS MAYOR QUE ANDREA Y LA SUMA DE SUS EDADES ES 35, ¿QUÉ EDADES TIENEN?
9- LA MITAD DE UN NÚMERO MÁS LA TERCERA PARTE DEL CONSECUTIVO ES IGUAL 2. CALCULAR X.
10- EL DOBLE DE UN NÚMERO AUMENTADO EN 3/4 DA POR RESULTADO EL MISMO NÚMERO DISMINUIDO EN 2/3. ¿CUÁL ES DICHO NÚMERO?
11- CUÁL ES EL NÚMERO TAL QUE LA SUMA DE SU TERCERA PARTE CON LA MITAD DE SU CONSECUTIVO DA POR RESULTADO EL NÚMERO BUSCADO DISMINUIDO EN 2 UNIDADES?
12- SE DESEA REPARTIR 92 MONEDAS EN TRES CAJAS DE FORMA TAL QUE EN LA PRIMERA HAYA 4 MONEDAS MÁS QUE EN LA SEGUNDA Y EN LA TERCERA LOS 2/3 DE LA SEGUNDA. ¿QUÉ CANTIDAD DE MONEDAS SE COLOCARÁ EN CADA CAJA?

13- PEDRO REPARTE 88 CARAMELOS ENTRE SUS TRES HIJOS. AL MEDIANO LE DA EL DOBLE DE CARAMELOS QUE AL MENOR Y AL MAYOR LE DA 13 CARAMELOS MÁS QUE AL MEDIANO. ¿CUÁNTOS CARAMELOS TIENE CADA UNO?

**Soluciones:**

Algunas soluciones punto I):

https://www.youtube.com/watch?v=m_vHXnw0ugs&t=1s
https://www.youtube.com/watch?v=6EECl0iXS0E&t=182s

III) PLANTEAR LAS ECUACIONES Y RESOLVER:

1- UN NÚMERO MAS EL CONSECUTIVO DEL TRIPLE MAS EL DOBLE DEL CONSECUTIVO DA 100. CUAL ES EL NÚMERO.

https://youtu.be/4KVh5rz6fMk

2- LA MITAD EL ANTERIOR DE UN NÚMERO ES IGUAL AL SIGUIENTE DE SU QUINTA PARTE. CUAL ES EL NÚMERO

https://youtu.be/criyVNDQ-QY

3- LA TERCERA PARTE DE UN NÚMERO ES IGUAL A LA SUMA DE SU MITAD CON 5. CUAL ES EL N°?

https://youtu.be/L5u2VKlA12E

4- LAS EDADES DE ARIEL, BETO Y CARLOS SUMAN 75 AÑOS. BETO ES 10 AÑOS MAYOR QUE ARIEL Y CARLOS TIENE EL TRIPLE DE LA EDAD QUE ARIEL. CUAL ES LA EDAD DE CADA UNO.

https://youtu.be/_4aA5EJUIcw

5- EL PERÍMETRO DE UN RECTÁNGULO MIDE 120 CM . LA ALTURA ES 12 CM MENOR AL TRIPLE DE LA BASE

https://youtu.be/54cUl6YIPUs

6- HALLAR TRES NÚMEROS CONSECUTIVOS CUYA SUMA SEA 219.

$$x + (x + 1) + (x + 2) = 219$$

7- DADO UN NÚMERO, LA SUMA DE SU MITAD, SU DOBLE Y SU TRIPLE ES 55. ¿QUÉ NÚMERO ES?

$$\frac{1}{2}x + 2x + 3x = 55$$

8- SI MANUEL ES 3 AÑOS MAYOR QUE ANDREA Y LA SUMA DE SUS EDADES ES 35, ¿QUÉ EDADES TIENEN?

$$A + A + 3 = 35$$

9- LA MITAD DE UN NÚMERO MÁS LA TERCERA PARTE DEL CONSECUTIVO ES IGUAL 2. CALCULAR X.

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}(x + 1) = 2$$

10- EL DOBLE DE UN NÚMERO AUMENTADO EN 3/4 DA POR RESULTADO EL MISMO NÚMERO DISMINUIDO EN 2/3. ¿CUÁL ES DICHO NÚMERO?

$$2x + \frac{3}{4} = x - \frac{2}{3}$$

11- CUÁL ES EL NÚMERO TAL QUE LA SUMA DE SU TERCERA PARTE CON LA MITAD DE SU CONSECUTIVO DA POR RESULTADO EL NÚMERO BUSCADO DISMINUIDO EN 2 UNIDADES?

$$\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}(x + 1) = x - 2$$

12- SE DESEA REPARTIR 92 MONEDAS EN TRES CAJAS DE FORMA TAL QUE EN LA PRIMERA HAYA 4 MONEDAS MÁS QUE EN LA SEGUNDA Y EN LA TERCERA LOS 2/3 DE LA SEGUNDA. ¿QUÉ CANTIDAD DE MONEDAS SE COLOCARÁ EN CADA CAJA?

$$A + B + C = 92 \quad \rightarrow \quad (B + 4) + B + \frac{2}{3}B = 92$$

13- PEDRO REPARTE 88 CARAMELOS ENTRE SUS TRES HIJOS. AL MEDIANO LE DA EL DOBLE DE CARAMELOS QUE AL MENOR Y AL MAYOR LE DA 13 CARAMELOS MÁS QUE AL MEDIANO. ¿CUÁNTOS CARAMELOS TIENE CADA UNO?

$$A + B + C = 88 \quad \rightarrow \quad A + 2A + (2A + 13) = 88$$

## CIERRE DE LA CLASE

Autoevaluación

La clase se cerrará con la autocorrección de los problemas resueltos según las respuestas, además se debe realizar una autoevaluación y por último deben rendir la evaluación (las evaluaciones serán similares a las actividades y autoevaluaciones).

Evaluación

## RECURSOS

esta clase será en un video explicativo acompañado con una guía para que el alumno pueda leerla antes de la clase y tenerla a mano durante la misma. Se dará un primer práctico donde algunos ejercicios vienen acompañados por links de videos explicativos y los otros ejercicios se resolverán en una clase por Meet. Finalmente se dará un práctico evaluativo.

**PROGRAMA DE NIVELACIÓN UNIVERSITARIO**
**MATEMÁTICA-CLASE Nº** 4

## TEMA: POLINOMIOS

**OBJETIVOS:**
que los alumnos puedan recordar lo aprendido en su paso por la secundaria en cuanto a la resolución de polinomios, que puedan aplicar estos conocimientos a actividades que se le van a plantear muy posiblemente en otras materias de sus carreras como en la vida profesional

**TEMPORALIZACIÓN:** 8 HORAS SEMANALES.

Apunte teórico, video donde se explica la teoría

Se adjunta un grupo de ejercicios para que practiquen, junto con ellos van un par de videos explicativos de algunos de esos ejercicios

Luego tendrán una Autoevaluación

40 minutos semanales de clase para consulta por meet (en estas clases se trabajará a partir de las dudas y conocimientos de los alumnos, se buscará que haya debate entre las distintas formas de resolución de los ejercicios problemas buscando que reconozcan para que momento son válidos ciertas estrategias y para cuáles no, el docente tratará en lo posible, ser intermediario entre los saberes, capacidad y dudas de los alumnos)

Finaliza el tema con una evaluación

**DESARROLLO DE TEMAS:**

# Polinomios

Videos de la clase.

Introducción, suma y resta: https://youtu.be/546lk5j1tsA

Multiplicación: https://youtu.be/-sV-OKVs3rs ;

División por Ruffini: https://youtu.be/dbGGItf9ies ;

Ejercicios Combinados: https://youtu.be/JNvMyZ4ufDw

Definición: los polinomios son expresiones que contienen, números, variables (representadas con letras) y operaciones.

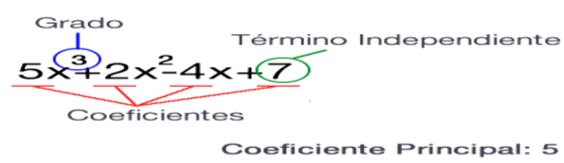
Ejemplos $3x^5 + 6x - 3$ ; $5x - 7x^5 + 1$ ; $1ab + \frac{3}{2}c$ ; $3xy + 3x - 2y$

Los polinomios pueden tener una o más variables: usualmente se usa la letra x, pero también se pueden usar otras como: a, b , c, y , etc.

Con los polinomios podemos realizar las mismas operaciones que realizamos con números.

Primero debemos reconocer sus partes.

Grado, coeficiente principal, número de términos y termino independiente




Grado del Polinomio: es el mayor grado entre los términos. En el ejemplo es "3", si hay dos variables, debemos sumar sus exponentes.

Término independiente: es el coeficiente del término que no lleva x. en el ejemplo es "7"

Coeficiente principal: es el coeficiente del término de mayor grado, en el ejemplo es "5"

Número de términos: cantidad de términos no nulos (términos con coeficiente distinto de cero), estos pueden ser:

1. Un término monomio
2. Dos términos binomio
3. Tres términos Trinomio
4. Cuatro términos cuatrinomio
5. Mas términos y nombre general, polinomio

Ejemplo:

$P(x)= 3x^3+ 2\, x - 5x^{2} + 7$

Esto es un cuatrinomio de grado 3, con coeficiente principal 3 y término independiente 7

El polinomio anterior está completo pero desordenado. A un polinomio se lo considera completo, cuando partiendo de su grado tiene todos los exponentes siguientes. Y se lo considera ordenado cuando esos exponentes están ordenados de mayor a menor.

Cuando los polinomios no están completos, se le agregan las variables con el exponente que falta acompañado de un coeficiente igual a cero.

$P(x) = 3x^3 - 5x^2 + 2x + 7$ en este caso está completo y ordenado

Cuando no está completo, agregamos los grados que faltan con ceros como coeficientes.

Por ejemplo: $Q(x) = 2x^3 - 3x^5 + 2 - 7x$

Completamos y ordenamos: $Q(x) = -3x^5 + 0x^4 + 2x^3 + 0x^3 - 7x + 2$

En este caso tenemos grado 5, coeficiente principal "-3" y término independiente "2"

## Operaciones con polinomios

Los polinomios se pueden operar como cualquier grupo numérico, se puede sumar, restar, multiplicar, dividir, etc.

Empecemos por sumar.

## Suma de polinomios

Si nos basamos en la definición de suma, solo se puede sumar lo que es de la misma colección, en este caso sería, solo se pueden sumar las variables que tienen el mismo exponente, por ejemplo, se pueden sumar las $x^2$ con las $x^2$ pero no con otras x

Ejemplo:

Resolver P(x) + R(x)=

$P(x) = -2x^4 - 3x^2$
$R(x) = 3x^2 - 5x^4 + 2x^5 + 7$

$$\begin{array}{rrrr} & -2x^4 & -3x^2 & \\ \underline{2x^5} & \underline{-5x^4} & \underline{+3x^2} & \underline{+7} \\ 2x^5 & -7x^4 & +0x^2 & +7 \end{array}$$

La suma tambien se puede resolver de manera horizontal, siempre recordando que solo se suman entre sí los coeficientes de términos semejantes *(las mismas letras con los mismos exponentes)*

Por ejemplo $P(x) = 5x^2 + 6x - 8x^4 - 3$ $\quad Q(x) = 15x^3 - 3x^4 + 8 + 3x^2$

$$P(x) + Q(x) = \left(5x^2 + 6x - 8x^4 - 3\right) + \left(15x^3 - 3x^4 + 8 + 3x^2\right)$$

Identificamos los términos semejantes y sumamos

$$P(x) + Q(x) = (-8-3)x^4 + 15x^3 + (5+3)x^2 + 6x + (-3+8)$$

$$P(x) + Q(x) = -11x^4 + 15x^3 + 8x^2 + 6x + 5$$

Otro ejemplo:

$A(x) = \frac{1}{2}x^3 + 2x - \frac{1}{3}$ $\qquad B(x) = 3x^4 + 2x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x$

$$A(x) + B(x) = \left(\frac{1}{2}x^3 + 2x - \frac{1}{3}\right) + \left(3x^4 + \frac{1}{4}x^3 - x^2 + \frac{1}{3}x\right) = 3x^4 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right)x^3 - x^2 + \left(2 + \frac{1}{3}\right)x - \frac{1}{3}$$

$$A(x) + B(x) = 3x^4 + \frac{3}{4}x^3 - x^2 + \frac{7}{3}x - \frac{1}{3}$$

# Resta de polinomios

Para la resta se acomodan de la misma manera que para la suma, y luego se le cambian todos los signos del polinomio que resta (el de abajo)

Resolver P(x) - R(x)=

$P(x)= -2x^4 – 3x^2$
$R(x)= 3x^2 – 5x^4 + 2x^5 + 7$

$$\begin{array}{r} -2x^4 \quad - 3x^2 \\ \underline{-2x^5 + 5x^4 - 3x^2 - 7} \\ -2x^5 + 3x^4 - 6x^2 - 7 \end{array}$$

En resumen en la suma se respetan los signos y en la resta se le cambian los signos al polinomio que resta

En la resta horizontal, hacemos lo mismo, pero es conveniente cambiar los signos desde un principio en el segundo paréntesis y luego resolvemos como en la suma

Por ejemplo $P(x)=5x^2+6x-8x^4-3$ $\quad Q(x)=15x^3-3x^4-8+3x^2$

$$P(x)-Q(x)=(5x^2+6x-8x^4-3)-(15x^3-3x^4-8+3x^2)$$

$$P(x)-Q(x)=5x^2+6x-8x^4-3-15x^3+3x^4+8-3x^2$$

Identificamos los términos semejantes y sumamos

$$P(x)+Q(x)=(-8+3)x^4-15x^3+(5-3)x^2+6x+(-3+8)$$

$$P(x)+Q(x)=-5x^4-15x^3+2x^2+6x+5$$

Otro ejemplo:

Otro ejemplo:

$A(x)=\frac{1}{2}x^3+2x-\frac{1}{3}$ $\qquad B(x)=2x^3-x^2+\frac{1}{3}x+4$

$$A(x)-B(x)=\left(\frac{1}{2}x^3+2x-\frac{1}{3}\right)-\left(2x^3-x^2+\frac{1}{3}x+4\right)=\frac{1}{2}x^3+2x-\frac{1}{3}-2x^3+x^2-\frac{1}{3}x-4$$

$$A(x)-B(x)=\left(\frac{1}{2}-2\right)x^3+x^2+\left(2-\frac{1}{3}\right)x+(-\frac{1}{3}-4)$$

$$A(x)-B(x)=-\frac{3}{2}x^3-x^2+\frac{5}{3}x-\frac{13}{3}$$

# Multiplicación de polinomios

Para multiplicar polinomios hay que aplicar, regla de signos, propiedades de potencias de igual base y propiedad distributiva.

Producto de potencias de igual base.

$$x^A \cdot x^B = x^{A+B}$$

Dejamos la base y sumamos los exponentes

$$x^2 \cdot x^3 = x^{2+3} = x^5$$

Por ejemplo: siendo

T(x)= $5x^4 - 3x^2 + 2$
P(x)= $-2x^4 - 3x^2$

Resolviendo T(x) por P(x) podemos hacer distributiva o podemos hacerla encolumnando los polinomios, vamos a utilizar el segundo método que a mí me parece más fácil de verificar.

Primero es conveniente que el polinomio que ponemos primero este ordenado y completo, en cambio el otro puede no estar completo pero conviene que esté ordenado. Luego multiplico el término de menor exponente por cada uno de los términos del polinomio que está arriba. Luego hago lo mismo con el segundo término, y sus resultados los voy acomodando en un segundo renglón, de tal modo que luego se puedan sumar.

$$5x^4 + 0x^3 - 3x^2 + 0x + 2$$
$$\underline{-2x^4 - 3x^2}$$
$$-30x^6 - 0x^5 + 9x^4 + 0x^3 - 6x^2$$
$$\underline{-10x^8 + 0x^7 + 6x^6 - 0x^5 - 4x^4}$$
$$-10x^8 + 0x^7 - 24x^6 + 0x^5 + 5x^4 + 0x^3 - 6x^2$$

En este caso para resolver en forma horizontal debemos recordar la propiedad distributiva, que dice que se multiplican los factores, por cada término del paréntesis $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ y la doble distributiva donde cada término del primer paréntesis se multiplica por cada término del segundo: $(a+b)\cdot(c+d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d$

Por ejemplo:

$P(x) = 3x + 2 \qquad Q(x) = 5x + 6 \qquad P(x)\cdot Q(x) = (3x+2)\cdot(5x+6)$

$$3x \cdot 5x + 3x \cdot 6 + 2 \cdot 5x + 2 \cdot 6 = 15x^2 + 18x + 10x + 12$$

y al final sumamos los términos semejantes: $P(x)\cdot Q(x) = 15x^2 + 28x + 12$

Otro ejemplo donde debemos prestar atención a la regla de signos y a los exponentes:

$A(x) = 5x^2 - 3x \qquad B(x) = 2x + 4 \qquad P(x)\cdot Q(x) = (5x^2 - 3x)\cdot(2x+4)$

$A(x)\cdot B(x) = (5x^2 - 3x)\cdot(2x+4) = 10x^3 + 20x^2 - 6x^2 - 12x$

$A(x)\cdot B(x) = 10x^3 + 14x^2 - 12x$

Si tenemos más de dos términos en un paréntesis realizamos el mismo procedimiento

$D(x) = x^2 + 2x - 6 \qquad E(x) = 5x^2 - 4 \qquad D(x)\cdot E(x) = (x^2 + 2x - 6)\cdot(5x^2 - 4)$

$D(x)\cdot E(x) = (x^2 + 2x - 6)\cdot(5x^2 - 4) = 5x^4 - 4x^2 + 10x^3 - 8x - 30x^2 + 24$

$D(x)\cdot E(x) = 5x^4 + 10x^3 - 34x^2 - 8x + 24$

# División de polinomios

En la división, por cuestión de tiempo y de utilidad, veremos únicamente el caso en que el divisor es un binomio mónico de primer grado $(x - a)$, para lo cual existe un procedimiento llamado ***Regla de Ruffini***, que nos permite obtener el cociente y el resto usando la siguiente tabla:

| | | |
|---|---|---|
| | *Dividendo* | |
| *a* | | |
| | *cociente* | *resto* |

División tradicional:

| | |
|---|---|
| Dividendo | Divisor |
| resto | cociente |

Para dividir ordenamos y completamos el Dividendo y escribimos los coeficientes en el diagrama, en la parte izquierda va el valor de $a$, que siempre es opuesto al valor del polinomio divisor, o sea si tenemos $(x - 5)$, escribimos +5 y si tenemos $(x + 2)$, escribimos -2.

Dividimos P(x) = $-3x^4+2x^3+10x^2-5$ con (x+2)

$$(-3x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 5) : (x + 2)$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | -3 | 2 | 10 | 0 | -5 |
| -2 | | 6 | -16 | 12 | -24 |
| | -3 | 8 | -6 | 12 | -29 |

Como se ve en el ejemplo, del polinomio ordenado y completo primero se ordenan sus coeficientes, en el cruce de las rectas se coloca el término independiente del divisor cambiado de signo (-2).

Luego los pasos son: el primer coeficiente (-3) se baja al tercer renglón directamente, dejando el segundo renglón en blanco, a ese número se lo multiplica por el divisor y su resultado se lo coloca en el segundo renglón ( -3por -2 =6) en la segunda columna quedaron 2 y 6 en ese momento se suman o se restan los dos números dependiendo como son sus signos y su resultado se pone en el tercer renglón… y así sucesivamente hasta terminar con todos los números.

Al final del tercer renglón nos queda:

Cociente: C(x) = $-3x^3 + 8x^2 - 6x + 12$, esto se armó con un grado menos que el polinomio original

Resto: R(x)= -29

## Algoritmo de la División: al igual que en la división con números enteros, con los polinomios se cumple que el dividendo es igual al producto entre el divisor y el cociente, más el resto. $P(x) = (x - a) \cdot C(x) + R(x)$

Esto nos sirve para verificar que dividimos bien:

$$\underbrace{-3x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 5}_{P(x)} = (x + 2)\underbrace{(-3x^3 + 8x^2 - 6x + 12)}_{C(x)} + \underbrace{(-29)}_{R(x)}$$

$$-3x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 5 = -3x^4 + 8x^3 - 6x^2 + 12x - 6x^3 + 16x^2 - 12x + 24 - 29$$

$$-3x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 5 = -3x^4 + 2x^3 + 10x^2 - 5 =$$

Otra propiedad que puede utilizarse para verificar es el Teorema del resto.

<u>Teorema del Resto:</u> Si a un Polinomio $P(x)$ lo dividimos por un binomio de la forma $(x-a)$, entonces el resto de la división es igual al valor de $P(x)$ cuando $x=a$:
$P(a)=R$

Esto es: si sustituímos el valor de $a$ en la $x$ del polinomios y los resolvemos, obtenemos el resto de la división.

En el ejemplo anterior $a=-2$ :

$$-3(-2)^4+2(-2)^3+10(-2)^2-5=-3\cdot 16+2\cdot(-8)+10\cdot 4-5=-48-16+40-5=-29$$

Si queremos dividir $(2x^4-11x^3+22x+8):(x-5)$

$$\begin{array}{c|cccc:c} & x^4 & x^3 & x^2 & x & \\ & 2 & -11 & 0 & 22 & 8 \\ & & + & + & + & + \\ 5 & & 10 & -5 & -25 & -15 \\ \hline x & 2 & -1 & -5 & -3 & -7 \end{array}$$

Cociente: $C(x)=2x^3-x^2-5x-3$

Resto: $R(x)=-7$

Alogritmo de la división: $2x^4-11x^3+22x+8=(x-5)\cdot(2x^3-x^2-5x-3)+(-7)$

Teorema del resto: $2\cdot 5^4-11\cdot 5^3+22\cdot 5+8=1250-1375+110+8=-7$

Otro ejemplo:

A = $-4x^4+30x+x^5$
B = x - 3

A : B = $(-4x^4+x^5+30x)$ :(x - 3)

$$\begin{array}{c|ccccc|c} & 1 & -4 & 0 & 0 & 30 & 0 \\ 3 & & 3 & -3 & -9 & -27 & 9 \\ \hline & 1 & -1 & -3 & -9 & 3 & 9 \end{array}$$

Cociente: C(x) = $\mathbf{x^4-x^3-3x^2-9x+3}$

Resto: R(x) = 9

Existes casos particulares donde debemos completar varios términos con ceros por ejemplo

$$\left(x^5+243\right)\div\left(x+3\right)$$

$A(x)=x^5+243$

$B(x)=x+3$

Para resolver $\left(x^5+243\right)\div\left(x+3\right)$ completamos y usando Ruffini

$$\begin{array}{r|rrrrrr} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 243 \\ -3 & & -3 & 9 & -27 & 81 & -243 \\ \hline & 1 & -3 & 9 & -27 & 81 & 0 \end{array}$$

Finalmente nos queda

$cociente: C(x)=x^4-3x^3+9x^2-27x+81$
$resto: R(x)=0$

Algoritmo de la División: al igual que en la división con números enteros, con los polinomios se cumple que el dividendo es igual al producto entre el divisor y el cociente más el resto. $P(x)=(x-a)\cdot C(x)+R(x)$

## Potencia de polinomios:

Calcular una potencia significa multiplicar el polinomio por sí mismo, la cantidad de veces que indique el exponente.

Cuadrado de un binomio:

$$(x+3)^2=(x+3)\cdot(x+3)=x^2\underbrace{+3x+3x}+9=x^2+6x+9$$

En los cuadrados los términos del medio siempre quedan iguales:

$$(x-2)^2=x^2\underbrace{-2x-2x}+4=x^2-4x+4$$

Fórmula el cuadrado de un binomio: $(A+B)^2=A^2+2AB+B^2$

Error típico $(A+B)^2\neq A^2+B^2$

Cubo de un binomio:

$$(x+5)^3=(x+5)(x+5)(x+5)=(x^2+10x+25)(x+5)$$

$$(x+5)^3=x^3+15x^2+75x+125$$

Fórmula el cubo de un binomio: $(A+B)^3=A^3+3A^2B+3AB^2+B^3$

# Operaciones Combinadas:

Cuando hay ejercicios combinados de polinomios se debe operar de la misma manera que con cualquier tipo de ejercicios combinados, primero se separa en términos, luego se resuelven las potencias, las multiplicaciones y divisiones y por ultimo suma y resta. Recordando esto resolver los siguientes ejercicios combinados.

Un ejemplo es el siguiente:

$$(x-3)(x^3+5)-[x(x-5)+3]\cdot(x-2)$$

Separamos en términos, si se puede resolvemos dentro de paréntesis o corchetes.

$$\underbrace{(x-3)(x^3+5)}-\underbrace{\left[\underbrace{x(x-5)}+3\right]\cdot(x-2)}$$

$$x^4+5x-3x^3-15-\underbrace{[x^2-5x+3]\cdot(x-2)}$$

Cuando hay un signo "-" delante de un corchete conviene dejarlo para no tener problemas con los signos

$$x^4+5x-3x^3-15-[x^3-2x^2-5x^2+10x+3x-6]$$

$$x^4-3x^3+5x-15-x^3+7x^2-13x+6$$

$$x^4-4x^3+7x^2-8x-9$$

Otro ejemplo

$$\left(x^2+2\right)^2+\left(3x+2\right)\cdot\left[\left(5x^2+2x-3\right)-\left(x^3-2x+5\right)\right]$$

Aquí debemos recordar el orden de las operaciones y tener en cuenta que una potencia es multiplicar un factor por sí mismo

$$\left(x^2+2\right)\left(x^2+2\right)+\left(3x+2\right)\cdot\left[5x^2+2x-3-x^3+2x-5\right]$$

$$\left(x^4+2x^2+2x^2+4\right)+\left(3x+2\right)\cdot\left[-x^3+5x^2+4x-8\right]$$

$$\left(x^4+2x^2+2x^2+4\right)+\left(-3x^4+15x^3+12x^2-24x-2x^3+10x^2+8x-16\right)$$

$$-2x^4+13x^3+26x^2-16x-12$$

Universidad del Chubut

Atividades:

1- Con los siguientes polinomios

$P(x)= -2x^4 - 3x^2 + 2x - 4$

$R(x)= 3x - 5x^4 + 2x^3 + 3$

$T(x)= 5x^4 - 3x^2 + 2$

$Q(x)= 3x^2 + 2x^4 - 3x^5 + 7x$

Resolver

a) $P(x) + Q(x)=$
b) $P(x) - T(x)=$
c) $P(x) + R(x) - Q(x)=$
d) $P(x) - R(x) + T(x)=$

2- Partiendo de los siguientes polinomios

$P(x)= x^2 + 5x^3 - 2$

$R(x)= 2x - 4$

$S(x)= 3x^2 - 3$

$T(x)= -2x^2 + 3x$

Resolver

a. $R(x) \cdot S(x)=$
b. $R(x) \cdot T(x)=$
c. $P(x) \cdot T(x)=$

| |
|---|
| Resolución ejercicio 2.c Ejemplo de resolución de ejercicio de polinomio |

3- Dividir aplicando Ruffini. Verifica utilizando el Algoritmo de la División y el Teorema del Resto

1. $(2x^3 - 3x + 4) \div (x - 1)$
2. $(-3x^2 + 2x) \div (x + 3)$
3. $(2x - 3x^3 + 2) \div (x + 2)$
4. $(x^4 + 2) \div (x - 2)$
5. $(4x^5 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) \div (x + 0{,}5)$

| |
|---|
| Resolución ejericico 3.3 https://youtu.be/GuvMP0lkOjw |

4) Resuelve:

$P(x) = -2x^3 + 4x^2 - 3x$

$Q(x) = 3x^2 - 1 + x^3$

$R(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x$

$S(x) = 2x^2 - 3$

$T(x) = 2x^2 + 3$

a) $P(x) + [Q(x) - R(x)] =$

b) $Q(x) - [T(x) - S(x)] =$

c) $P(x) + T(x) \cdot S(x) =$

d) $[S(x)]^2 - P(x) \cdot x =$

e) $[T(x) + S(x)] \cdot [R(x) - Q(x)] =$

f) $[T(x) + 2 \cdot S(x)] \cdot \left[\frac{1}{2} R(x) - Q(x)\right] =$

**CIERRE DE LA CLASE**

Autoevaluación

La clase concluye con la autocorrección de los problemas resueltos según las respuestas, además se debe realizar una autoevaluación y por último deben rendir la evaluación (las evaluaciones serán similares a las actividades y autoevaluaciones).

**RECURSOS**

Video explicativo, apuntes teórico prácticos, clases sincrónica por videoconferencia, Classroom

ANEXO POLINOMIOS - SOLUCIONES

Actividades:

1- Con los siguientes polinomios

P(x)= $-2x^4 - 3x^2 + 2x - 4$
R(x)= $3x - 5x^4 + 2x^3 + 3$
T(x)= $5x^4 - 3x^2 + 2$
Q(x)= $3x^2 + 2x^4 - 3x^5 + 7x$

a) P(x) + Q(x)= $-3x^5 + 9x - 4$
b) P(x) - T(x)= $-7x^4 + 2x - 6$
c) P(x) + R(x) – Q(x)= $3x^5 - 9x^4 + 2x^3 - 6x^2 - 2x - 1$
d) P(x) - R(x) + T(x)=$8x^4 - 2x^3 - 6x^2 - x - 5$

2- Partiendo de los siguientes polinomios

P(x)= $x^2 + 5x^3 - 2$
R(x)= $2x - 4$
S(x)= $3x^2 - 3$
T(x)= $-2x^2 + 3x$

Resolver

a. R(x) . S(x)=$6x^3-12x^2-6x+12$
b. R(x) . T(x)= $-4x^3+14x^2-12x$
c. Ejemplo de resolución de ejercicio de polinomio

3- Dividir aplicando Ruffini. Verifica utilizando el Algoritmo de la División y el Teorema del Resto

1. $(2x^3 - 3x + 4) \div (x - 1)$
2. $(-3x^2 + 2x) \div (x + 3)$
3. $(2x - 3x^3 + 2) \div (x + 2)$
4. $(x^4 + 2) \div (x - 2)$
5. $(4x^5 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 3) \div (x + 0{,}5)$

1. $C(x) = 2x^2 + 2x - 1$ $\qquad R(x) = 3$
2. $C(x) = -3x + 11$ $\qquad R(x) = -33$
3. https://youtu.be/GuvMP0lkOjw
4. $C(x) = x^3 + 2x^2 + 4x + 8$ $\qquad R(x) = 18$
5. $C(x) = 4x^4 - 2x^3 + 3x^2 - \frac{9}{2}x + \frac{17}{4}$ $\qquad R(x) = -\frac{41}{8}$

4) Resuelve:

$P(x) = -2x^3 + 4x^2 - 3x$

$Q(x) = 3x^2 - 1 + x^3$

$R(x) = 2x^3 - 5x^2 + 2x$

$S(x) = 2x^2 - 3$

$T(x) = 2x^2 + 3$

a) $P(x) + [Q(x) - R(x)] =$

b) $Q(x) - [T(x) - S(x)] =$

c) $P(x) + T(x) \cdot S(x) =$

d) $[S(x)]^2 - P(x) \cdot x =$

e) $[T(x) + S(x)] \cdot [R(x) - Q(x)] =$

f) $[T(x) + 2 \cdot S(x)] \cdot \left[\frac{1}{2} R(x) - Q(x)\right] =$

A) $-3x^3 + 12x^2 - 5x - 1$

B) $x^3 + 3x^2 - 7$

C) $4x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 3x - 9$

D) $6x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 9$

E) $4x^5 - 32x^4 + 8x^3 + 4x^2$

F) $-33x^4 + 6x^3 + \frac{45}{2}x^2 - 3x - 3$

## PROGRAMA DE NIVELACIÓN UNIVERSITARIO
## MATEMÁTICA-CLASE N°5

## TEMA: ECUACIÓN DE LA RECTA. FUNCIÓN DE PRIMER GRADO
## ECUACION DE LA PARÁBOLA. FUNCIÓN DE SEGUNDO GRADO

**OBJETIVOS:**

Que los alumnos puedan recordar lo aprendido en su paso por la secundaria en cuanto a la resolución de gráficos de funciones lineales y cuadráticas, que puedan aplicar estos conocimientos a problemas que se le van a plantear muy posiblemente en otras materias de sus carreras como en la vida profesional

**TEMPORALIZACIÓN**: 8 HORAS SEMANALES.

Apunte teórico, video donde se explica la teoría

Se adjunta un grupo de ejercicios para que practiquen, junto con ellos van un par de videos explicativos de algunos de esos ejercicios

Luego tendrán una Autoevaluación

40 minutos semanales de clase para consulta por meet (en estas clases se trabajará a partir de las dudas y conocimientos de los alumnos, se buscará que haya debate entre las distintas formas de resolución de los ejercicios problemas buscando que reconozcan para que momento son válidos ciertas estrategias y para cuáles no, el docente tratará en lo posible, ser intermediario entre los saberes, capacidad y dudas de los alumnos)

Finaliza el tema con una evaluación

**INTRODUCCIÓN:**

Recordando la definición de función: hay función cuando a cada valor de la variable independiente x le corresponde como máximo un valor de la variable dependiente y además del uso de los ejes perpendiculares de coordenadas, la recta numérica vertical, eje de ordenadas (y) además de la recta numérica horizontal abscisas (x).

Vamos a trabajar con las dos funciones más usadas en la matemática básica, la recta y la parábola

**DESARROLLO DE TEMAS:**

Videos Explicativos:
ecuación de la recta: https://youtu.be/-C-JDi8jmWQ
función cuadrática: https://youtu.be/445l_V6IUw0
gráfico de una parábola: https://youtu.be/TlTC1QdtcTM

# Ecuaciones con dos variables. Funciones de primer y segundo grado.

En las ecuaciones con dos variables, solemos tener infinitas soluciones, donde si tomamos valores fijos para una de ellas, el valor de la otra variable dependerá de esta.

Asi por ejemplo, para la ecuación

$$2x + 3y = 12$$

Tenemos como soluciones $\begin{cases} x = 6 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -3 \\ y = 6 \end{cases}$ , etc

$$2 \cdot (6) + 3 \cdot (0) = 12 + 0 = 12$$

$$2 \cdot (3) + 3 \cdot (2) = 6 + 6 = 12$$

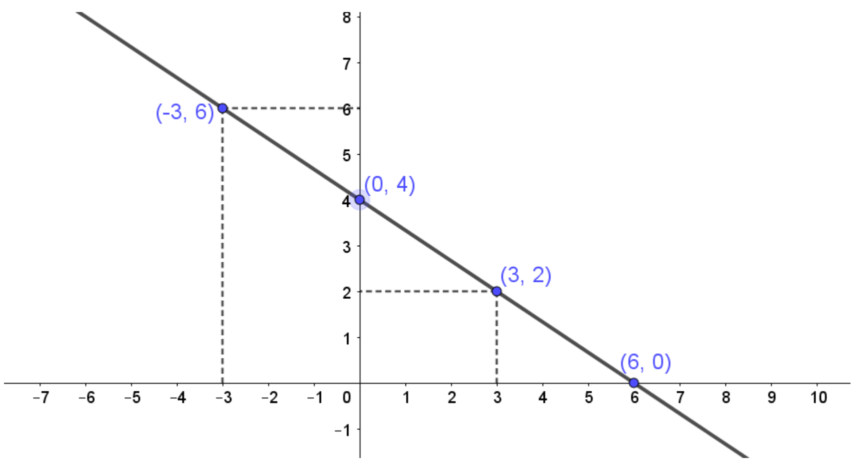
$$2 \cdot (0) + 3 \cdot (4) = 0 + 4 = 12$$

$$2 \cdot (-3) + 3 \cdot (6) = -6 + 18 = 12$$

Para simplificar la expresión, utilizamos pares ordenados $(x; y)$ , con lo cual queda escrito:

$$(5; 0)\ ; (2; 2)\ ; \left(0; \frac{10}{3}\right); (-1; 4)$$

La lista de soluciones es infinita y se puede representar gráficamente, donde cada par ordenado se representa con un punto y la solución general es una recta.




Por lo que a las ecuaciones del tipo $\boxed{ax + by = c}$ donde $a$ , $b$ y $c$ son números, se le llama ***ecuación implícita de la recta.***

***Ecuación de la recta.*** la forma más directa de encontrar todas las solución de la ecuación, es graficando la recta, y para ello es conveniente despejar la incógnita ***y*** de modo que el valor de esta dependerá de cada valor que le demos a la incógnita ***x***

Por ello a la ***y*** le llamamos variable dependiente y a la **x** variable independiente.

La expresión general queda: $\boxed{y = mx + b}$ donde m y b son números

En el ejemplo anterior, despejamos la y

$$2x + 3y = 12$$

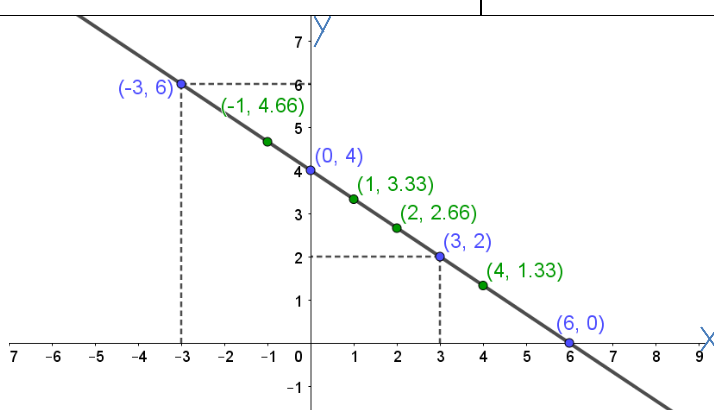
$$3y = 12 - 2x$$

$$y = \frac{12 - 2x}{3}$$

$$y = 4 - \frac{2}{3}x$$

Y de este modo podemos encontrar más pares ordenados (soluciones) para graficar la recta utilizando una tabla de valores

| $x$ | $y = 4 - \frac{2}{3}x$ | $(x; y)$ |
|---|---|---|
| $1$ | $y = 4 - \frac{2}{3}(1) = 4 - 0,66 = 3,33$ | $(1; 3,33)$ |
| $2$ | $y = 4 - \frac{2}{3}(2) = 4 - 1,33 = 2,66$ | $(2; 2,66)$ |
| $4$ | $y = 4 - \frac{2}{3}(4) = 4 - 2,66 = 1,33$ | $(4; 1,33)$ |
| $-1$ | $y = 4 - \frac{2}{3}(-1) = 4 + 1,33 = 5,33$ | $(-1; 5,33)$ |




Función de primer grado. Función Afin

La ecuación de la recta también suele llamarse función de primer grado porque el valor de ***y*** está “en función del valor de **x**” y porque para cada valor de la variable independiente **x**, existe un único valor en la variable dependiente ***y***.

$\boxed{y = mx + b}$ También puede escribirse: $\boxed{f(x) = mx + b}$

Con esto tenemos que $\boxed{f(x) = y}$ por lo que en lugar de realizar una tabla de valores podemos calcular cada punto del siguiente modo:

En el ejemplo anterior: $f(x) = 4 - \frac{2}{3}x$

$$f(1) = 4 - \frac{2}{3}(1) = 4 - 0{,}66 = 3{,}33 \quad \rightarrow (1; 3{,}33)$$

$$f(2) = 4 - \frac{2}{3}(2) = 4 - 1{,}33 = 2{,}66 \quad \rightarrow (2; 2{,}66)$$

$$f(3) = 4 - \frac{2}{3}(3) = 4 - 2 = 2 \quad \rightarrow (3; 2)$$

$$f(4) = 4 - \frac{2}{3}(4) = 4 - 2{,}66 = 1{,}33 \quad \rightarrow (4; 1{,}33)$$

Elementos de la ecuación explícita de la recta:

$$y = \underbrace{m}_{pendiente}\, x + \underbrace{b}_{ordenada\ al\ origen}$$

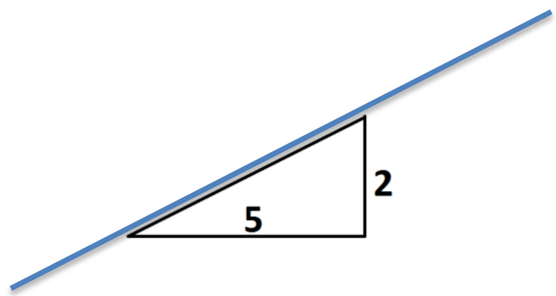
El valor "***m***" que acompaña a la **x** se llama "pendiente" e indica la inclinación de la recta y el término independiente "***b***" se llama "ordenada al origen" ya que indica el valor de ***y*** cuando ***x=0***, en el gráfico indica el punto donde la recta corta al ***eje y***.

$m$ nos da la razón entre lo que recta crece en tanto avanza $\quad m = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}$

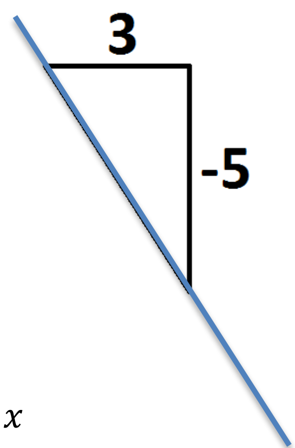
# Gráficamente

Ejemplos.

Si $m = \dfrac{2}{5}$




La recta crece

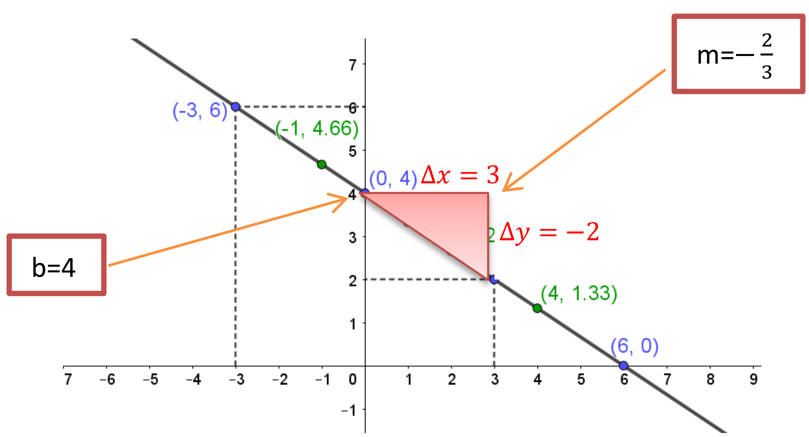



Si $m = -\dfrac{5}{3}$

La recta decrece

En el ejemplo:

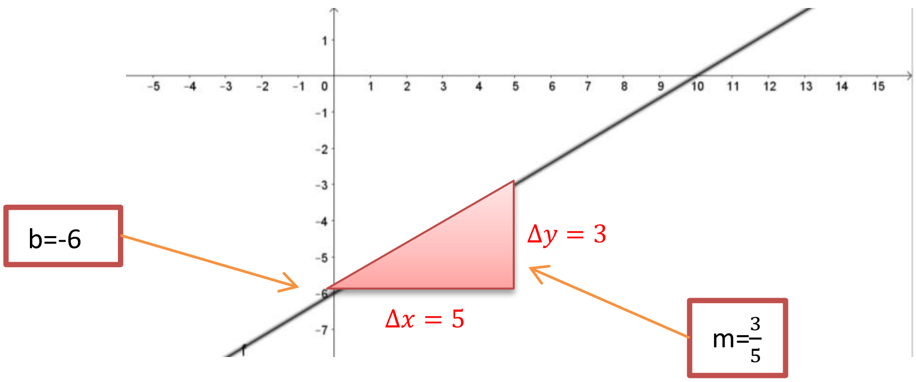
$$y = 4 - \frac{2}{3}x$$



Otro ejemplo.

$$y = -6 + \frac{3}{5}x$$

Para graficar una recta alcanza con conocer dos puntos $y = -6 + \frac{3}{5}x \quad \begin{cases} m = \frac{3}{5} \\ b = -6 \end{cases}$



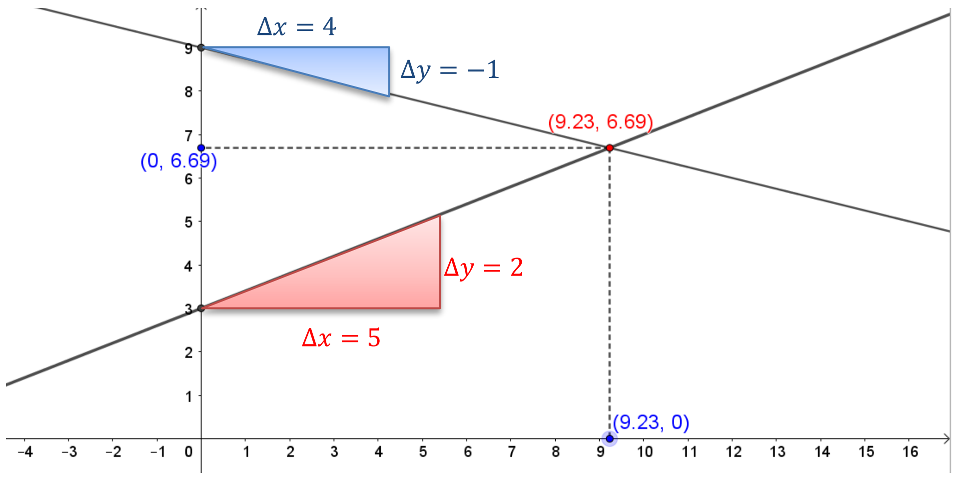

Pero siempre es conveniente utilizar la tabla de valores para conocer mas puntos y verificar que graficamos bien

| $x$ | $y = -8 + \frac{3}{5}x$ | $(x; y)$ |
|---|---|---|
| 1 | $y = -6 + \frac{3}{5}(1) = -6 + 0{,}6 = -5{,}4$ | $(1; -5{,}4)$ |
| 2 | $y = -6 + \frac{3}{5}(2) = -6 + 1{,}2 = -4{,}8$ | $(2; -4{,}8)$ |
| 3 | $y = -6 + \frac{3}{5}(3) = -6 + 1{,}8 = -4{,}2$ | $(3; -4{,}2)$ |
| $-1$ | $y = -6 + \frac{3}{5}(-1) = -6 - 0{,}6 = -6{,}6$ | $(-1; -6{,}6)$ |
| 10 | $y = -6 + \frac{3}{5}(10) = -6 + 6 = 0$ | $(10; 0)$ |

Intersección entre dos rectas

Cuando tenemos dos rectas en un mismo plano, podemos calcular el punto donde ambas se cruzan. Para ello resolvemos un sistema de ecuaciones, donde lo conveniente es aplicar el método de igualación.

$$\begin{cases} y = 9 - \frac{1}{4}x \\ y = 3 + \frac{2}{5}x \end{cases}$$




Intersección:

$$9 - \frac{1}{4}x = 3 + \frac{2}{5}x$$

$$9 - 3 = \frac{1}{4}x + \frac{2}{5}x$$

$$6 = \frac{13}{20}x$$

$$6 : \frac{13}{20} = x$$

$$9{,}23 = x$$

$$\begin{cases} y = 9 - \frac{1}{4}(9{,}23) = 9 - 2{,}31 = 6{,}69 \\ y = 3 + \frac{2}{5}(9{,}23) = 3 + 3{,}692 = 6{,}69 \end{cases}$$

Punto de intersección (9,23 ; 6,69)

# Ecuación de la parábola. Función de segundo grado.

Recordemos que la diferencia más notable entre ecuaciones y funciones es la de tener una o dos variables, además que en la función una depende de la otra, a partir de allí es que si nos enfrentamos a una función donde su variable independiente x tiene la forma de una ecuación cuadrática pasa a ser una Función cuadrática:

Una función de la forma: $y = a\,x^2 + b\,x + c$

Es una función cuadrática y su gráfico, como recordarán, es una curva llamada parábola. A esta forma de presentación de la función se la llama forma polinómica

Las raíces (o ceros) de la función cuadrática son aquellos valores de x para los cuales la expresión vale 0, es decir los valores de x tales que y = 0, esto quiere decir que al hacerse cero la y nos queda la misma ecuación que veníamos resolviendo y como tal se la debe resolver aplicando la fórmula de Baskara. Gráficamente esos resultados de baskara corresponden a los puntos donde la parábola corta al eje x.

Para poder calcular las raíces de cualquier función cuadrática calculamos f (x) = 0, entonces:

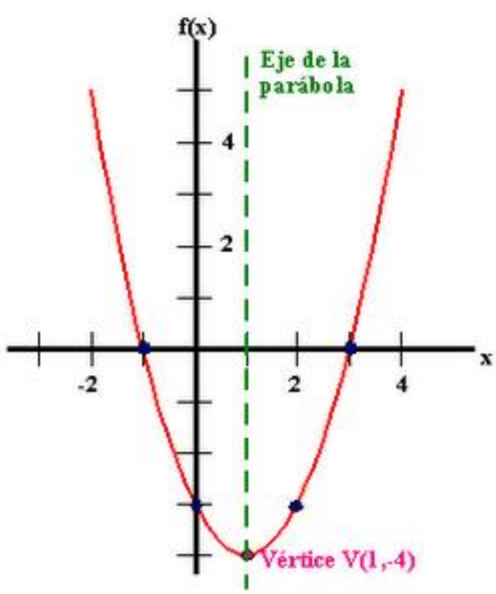
$ax^2 + bx + c = 0$

y aplicamos

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$y = x^2 - 2x - 3$ si resolvemos baskara nos da…x=-1 y x=3

Entonces el gráfico corta al eje x, en las raíces que son -1 y 3




ARIO

ia

Para poder calcular los otros puntos que aparecen en el gráfico debemos recordar como calcular además de las raíces (puntos de corte con el eje x)

- El vértice (punto máximo o mínimo de la curva)
- Ordenada (punto donde corta al eje y)
- Eje de simetría (eje punteado que divide a la curva en dos partes iguales, funciona como un espejo)

Primero el vértice, ($x_v$,$y_v$), donde $x_v=\frac{-b}{2a}$ (si se fijan es la fórmula de baskara sin la raíz)…

$$X_v=\frac{-(-2)}{2}=1$$

el valor de $y_v$ se calcula como todo valor de y de cualquier punto, reemplazando el valor de $x_v$ en la función original: $y= x^2 -2x -3$……. $Y_v= (1)^2-2\ (1)\ -3=-4$

entonces el vértice en este caso es (1,-4) como se ve en el gráfico

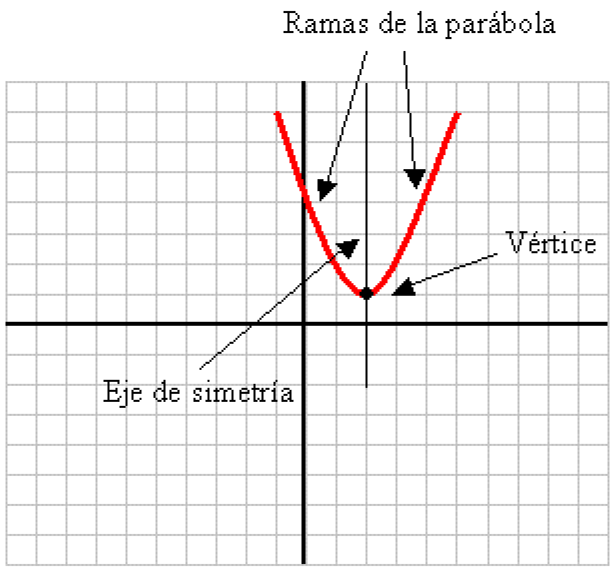
el eje de simetría directamente pasa por el valor de $x_v$ en este caso pasa por 1

y la ordenada, como es el punto donde corta al eje y, se considera que x=0 y nos da directamente el valor de c… en este caso -3

IMPORTANTE: dos características que tienen las parábolas y que nos sirven para verificar si o que estamos graficando está bien son:

1) El gráfico como dijimos antes es simétrico por lo tanto a la misma distancia del eje del otro lado debe haber un punto que sea el reflejo de la ordenada en este caso (2,-3)
2) El valor de a de la función nos indica si el vértice es el punto máximo o mínimo. Si a >0 el vértice es mínimo y si a <0 entonces el vértice es máximo… en este caso como a=1 entonces el vértice es mínimo y la parábola va hacia arriba

Puede pasar que baskara no nos de ninguna solución por lo tanto el gráfico no corta al eje x, pero igual existe una parábola y nos queda algo como en el siguiente gráfico




Este gráfico es el de la función y=$(x-2)^2+1$ para graficarlo de la misma manera que el anterior lo primero que debemos hacer es resolver esta función

Y=(x-2)(x-2)+1 = $x^2$-2x-2x+4+1 = $x^2$-4x+5

Entonces nos quedó

Y=$x^2$-4x+5

Ahora resolvemos baskara para calcular las raíces y luego el vértice

$$\frac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 5}}{2 \cdot 1} = \frac{4 \pm \sqrt{16-20}}{2} = \frac{4 \pm \sqrt{-4}}{2}$$

como no se puede resolver en los reales las raíces pares de números negativos quiere decir que no existe que estamos calculando y como en este caso lo que estamos tratando de calcular son las raíces, quiere decir que al no existir esos puntos no corta al eje x, como se ve en el gráfico

Pero igual se puede graficar

Ahora graficamos el vértice

$$X_v = \frac{-(-4)}{2} = 2$$

Y=$(2)^2$-4(2)+5= 4-8+5= 1  entonces   El vértice es (2,1)

La ordenada es c=5   su simétrico es (4,5)

Lo último que nos falta analizar para graficar es si las ramas van para arriba o para abajo, lo lógico sería que vayan para arriba pues no corta al eje x… en este caso como a=1 que es >0 la parábola va para arriba, con lo que queda verificada la parábola del gráfico.

Para repasar, Como se ve en los dos gráficos anteriores, para graficar una parábola hace falta calcular: 1)raíces son los puntos donde la parábola corta al eje x(dos, una o ninguna), 2) vértice, es el punto máximo o mínimo de la parábola ($x_v$,$y_v$), 3) eje de simetría, es el eje que divide a la parábola en dos gráficos totalmente iguales este eje siempre pasa por el $x_v$, 4) ordenada es el punto donde la parábola corta al eje y

1) Raíces, para calcular las raíces se debe igualar la función a cero, por lo que queda una ecuación cuadrática, y esta se resuelve, como ya vimos en temas anteriores, aplicando Baskara.
2) Vértice, para el cálculo de xv se puede aplicar una fórmula $x_v$= $-\frac{b}{2a}$ una vez que se obtiene xv este se lo reemplaza en la función que se quiere graficar y así se calcula yv
3) El eje directamente es el valor de $x_v$ ya calculado.
4) Es c, el término independiente de la función cuadrática.

# Actividades:

RECTAS

1- Calcula 5 soluciones para las siguientes ecuaciones y represéntalas en un gráfico.

a) $2x + 5y = 30$

b) $8x - 6y = 24$

2- Grafica las siguientes rectas. Indica la pendiente y la ordenada.

a) $y = \frac{2}{3}x + 4$

b) $y = -6 + \frac{5}{3}x$

c) $y = 9 - \frac{3}{4}x$

3- Grafica los siguientes pares de rectas en un mismo plano y calcula el punto de intersección

A) $\begin{cases} y = 3 + \frac{2}{5}x \\ y = 8 - \frac{3}{5}x \end{cases}$

C) $\begin{cases} y = 5 + \frac{3}{4}x \\ y = -1 - \frac{4}{3}x \end{cases}$

B) $\begin{cases} y = 2 + \frac{4}{5}x \\ y = 6 + \frac{1}{3}x \end{cases}$

PARABOLAS:

1- Calcula los elementos y grafica las parábolas.

a) $y = x^2 + 7x + 10$

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 8$

c) $y = -x^2 + 4x - 3$

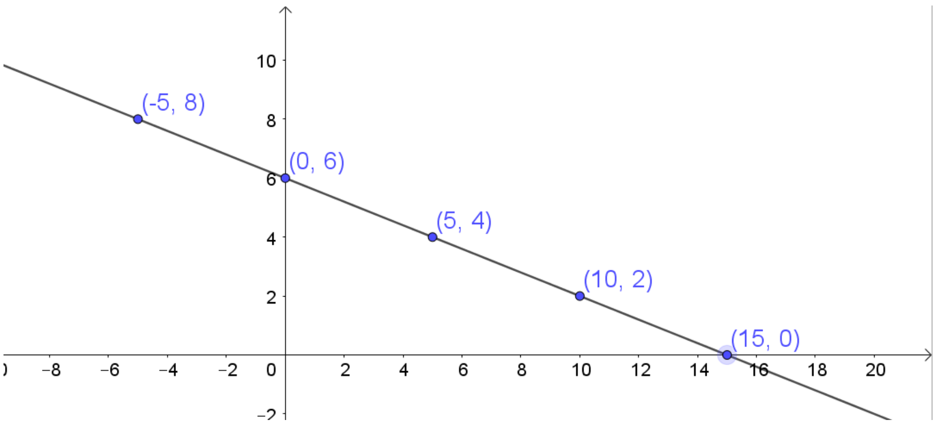
d) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 12$

**Soluciones:**

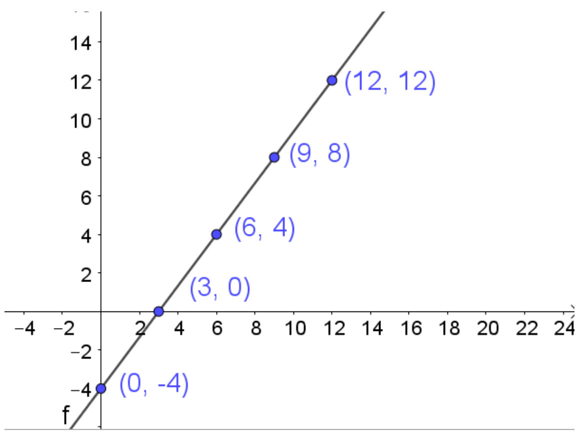
RECTAS

1- Calcula 5 soluciones para las siguientes ecuaciones y represéntalas en un gráfico.

a) $2x + 5y = 30 \quad \rightarrow \quad y = 6 - \frac{2}{5}x$

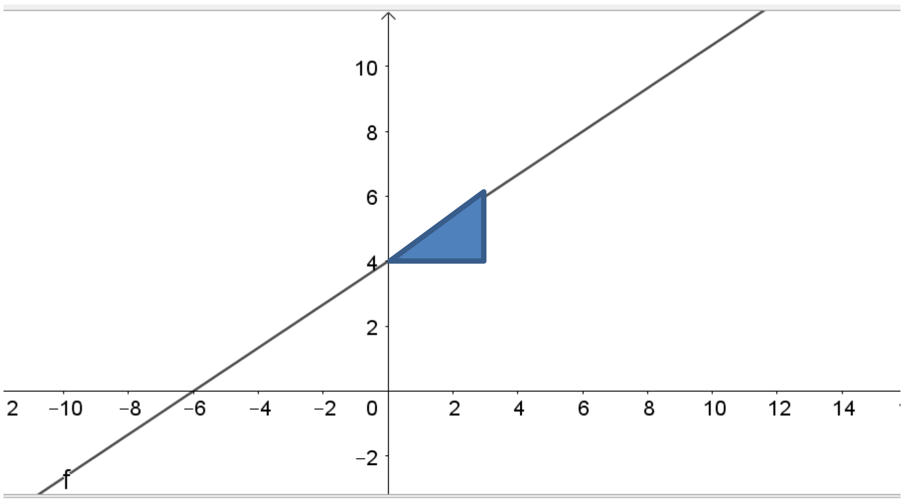



$b)\ 8x - 6y = 24 \quad \rightarrow \quad y = -4 + \frac{4}{3}x$

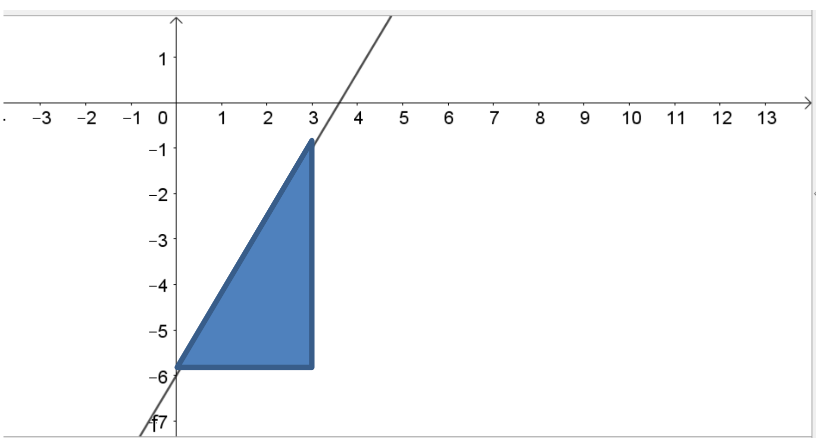


2- Grafica las siguientes rectas. Indica la pendiente y la ordenada.

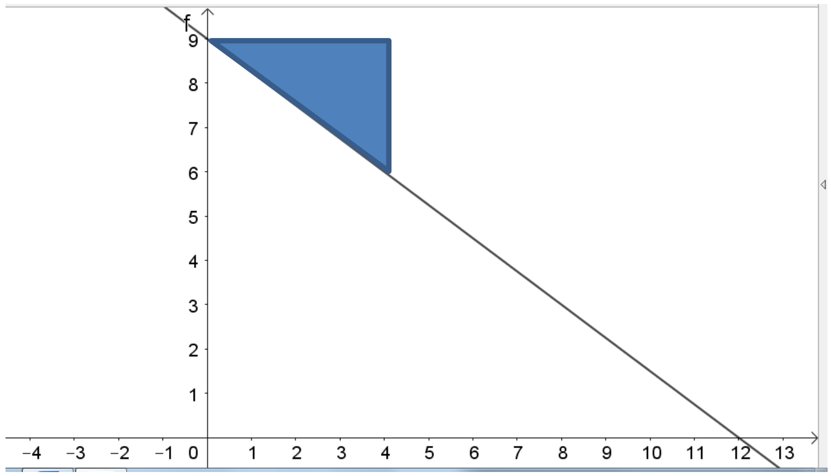
a) $y = \frac{2}{3}x + 4$




b) $y = -6 + \frac{5}{3}x$



c) $y = 9 - \frac{3}{4}x$

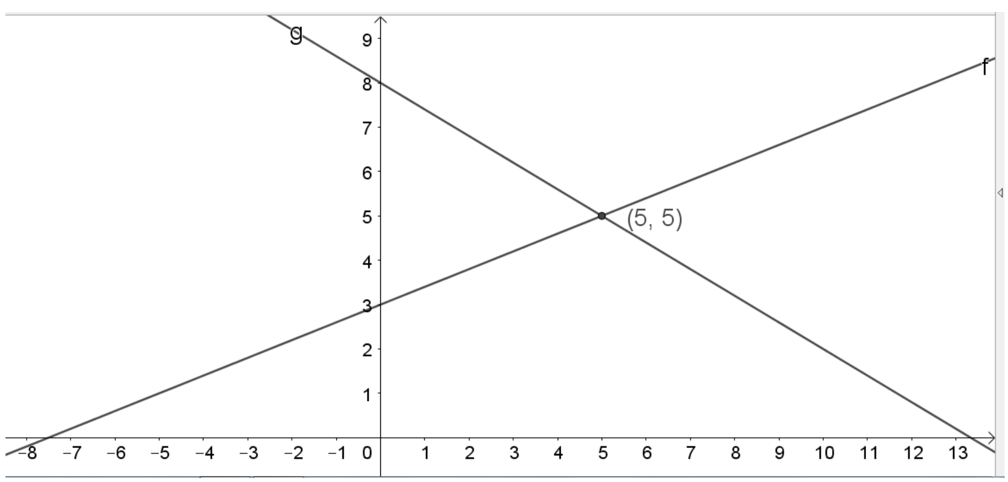



d) $y = 2x + 3$

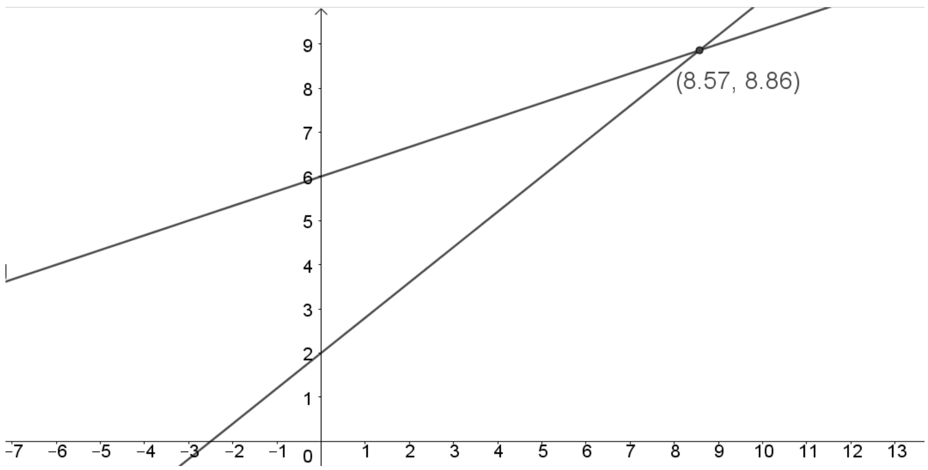
https://www.youtube.com/watch?v=Djtez8VYIy4

3- Grafica los siguientes pares de rectas en un mismo plano y calcula el punto de intersección

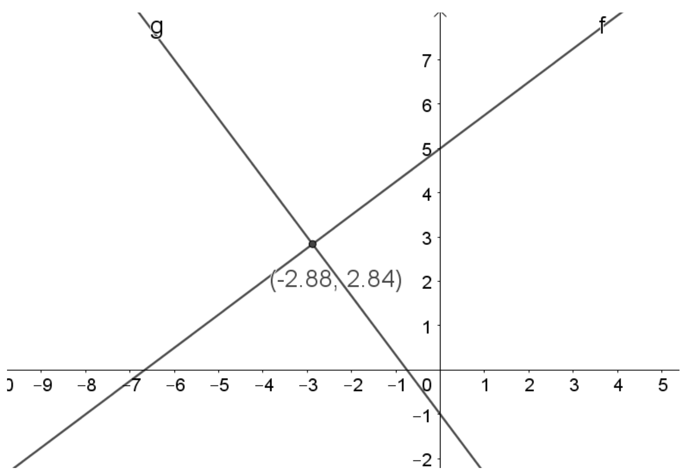
A) $\begin{cases} y = 3 + \frac{2}{5}x \\ y = 8 - \frac{3}{5}x \end{cases}$ video solución: método gráfico



B) $\begin{cases} y = 2 + \frac{4}{5}x \\ y = 6 + \frac{1}{3}x \end{cases}$



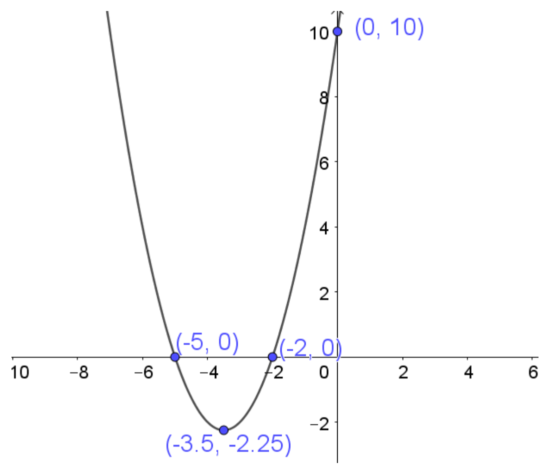

C) $\begin{cases} y = 5 + \frac{3}{4}x \\ y = -1 - \frac{4}{3}x \end{cases}$



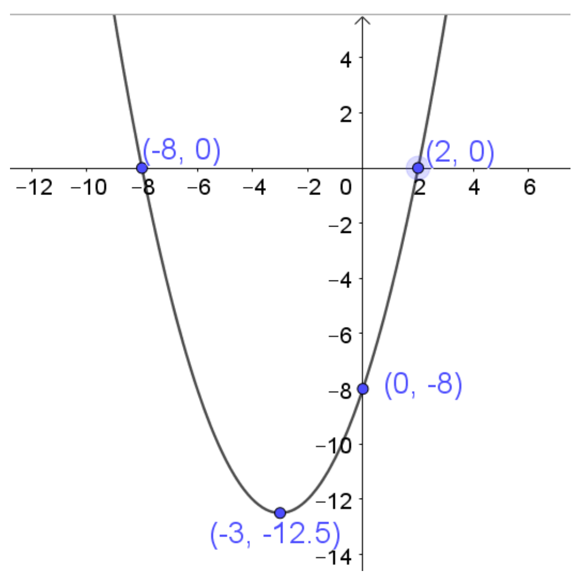
PARABOLAS:

2- Calcula los elementos y grafica las parábolas.

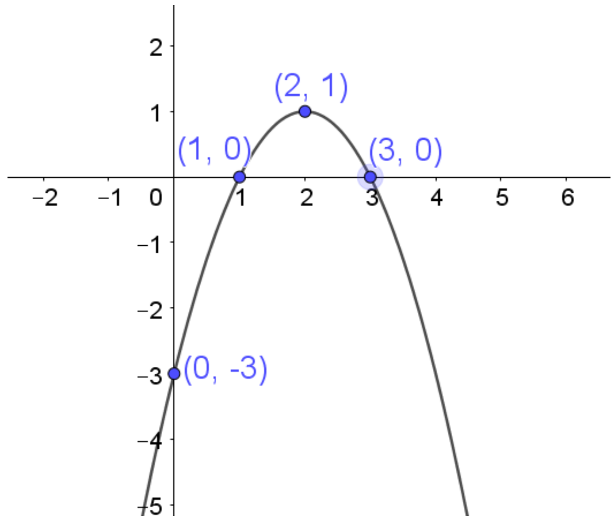
a) $y = x^2 + 7x + 10$



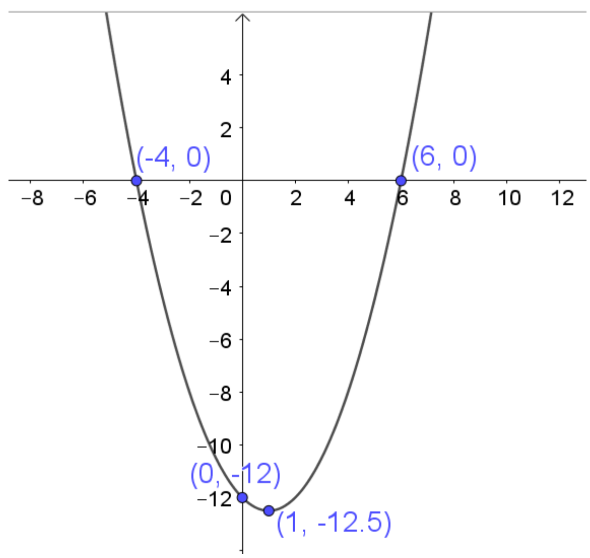

b) $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 8$



c) $y = -x^2 + 4x - 3$




d) $y = \frac{1}{2}x^2 - x - 12$




| |
|---|
| Video explicativo: [gráfico de parábola]() |

**Autoevaluación:**

Realizar luego de concluir todas las actividades propuestas.

**CIERRE DE LA CLASE:**

La clase se cerrará con la autocorrección de los problemas resueltos según las respuestas, además se debe realizar una autoevaluación y por último deben rendir la evaluación (las evaluaciones serán similares a las actividades y autoevaluaciones).

**RECURSOS:**

**video explicativo, apuntes teórico prácticos, clases sincrónica por videoconferencia, classroom**